ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 12 JANVIER 1914.

PRÉSIDENCE DE M. P. APPELL.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 12 JANVIER 1914.

PRÉSIDENCE DE M. P. APPELL.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

ASTRONOMIE. — *Sur l'emploi du prisme objectif à la détermination des vitesses radiales.* Note de M. MAURICE HAMY.

Dans une Note récente ([1]), j'ai indiqué le principe d'une méthode permettant d'adapter les spectrographes à réseau objectif à la mesure des vitesses radiales des étoiles. Cette méthode, qui comporte l'emploi d'un spectre de comparaison, est fondée sur les propriétés particulières des réseaux. Elle suppose essentiellement qu'on s'adresse à ce genre d'instrument pour disperser la lumière. Je me propose de montrer, dans ce qui suit, que les spectrographes à prisme objectif ([2]), si avantageux au point de vue du rendement lumineux, sont également susceptibles d'être agencés de manière à fournir, d'une manière parfaitement sûre, les mouvements des astres dans la direction de la ligne de visée, par comparaison avec un spectre terrestre.

Considérons un faisceau de lumière parallèle monochromatique, de longueur d'onde λ, tombant sur un prisme d'angle A, sous l'incidence i, perpendiculairement à l'arête réfringente. Appelons φ l'angle d'émergence

---

([1]) *Comptes rendus*, t. 157, 1913, p. 666.

([2]) On trouvera un résumé des travaux des astronomes, sur ce sujet, dans un intéressant Mémoire de F. Schlesinger intitulé : *On the prospect of obtaining radial velocities by means of the objectif prism* (*Proceedings of the American Philosophical Society*, 1912, p. 175).

et n l'indice de la substance du prisme pour la longueur d'onde λ. Entre n, i et φ, on a la relation rigoureuse

$$(1) \qquad \sin^2 i + \sin^2\varphi + 2\sin i \sin\varphi \cos A = n^2 \sin^2 A.$$

On a de même, pour un second faisceau monochromatique, de longueur d'onde Λ, auquel correspond l'indice N et les angles I et Φ d'incidence et d'émergence,

$$(2) \qquad \sin^2 I + \sin^2\Phi + 2\sin I \sin\Phi \cos A = N^2 \sin^2 A.$$

Retranchant les équations (1) et (2) membre à membre, on arrive, après quelques calculs faciles, à la relation

$$(3) \quad 4\sin\frac{I-i}{2}\cos\frac{I+i}{2}\left(\cos\frac{I-i}{2}\sin\frac{I+i}{2} + \cos A\cos\frac{\Phi-\varphi}{2}\sin\frac{\Phi+\varphi}{2}\right)$$
$$+ 4\sin\frac{\Phi-\varphi}{2}\cos\frac{\Phi+\varphi}{2}\left(\cos\frac{\Phi-\varphi}{2}\sin\frac{\Phi+\varphi}{2} + \cos A\cos\frac{I-i}{2}\sin\frac{I+i}{2}\right)$$
$$= (N^2 - n^2)\sin^2 A,$$

fondamentale pour l'objet que nous avons en vue, susceptible de simplifications dans les applications.

Lorsque les rayons incidents tombent sur le prisme, en faisant l'angle θ, non nul, avec un plan Q perpendiculaire à l'arête réfringente, la formule (3) doit être modifiée comme il suit. On sait, d'après un théorème dû à Cornu, que les rayons réfractés font alors, comme les rayons incidents, l'angle θ avec le plan Q et que les lois de la réfraction sont applicables aux projections de ces rayons sur le même plan, à condition de remplacer l'indice n par la valeur $n_1 = \sqrt{n^2 + (n^2 - 1)\tan^2\theta}$.

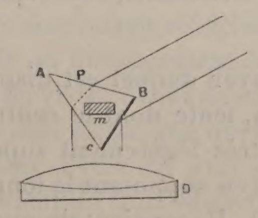
Si donc, dans la formule (3), les angles I, i, Φ, φ se rapportent, dans le cas qui nous occupe, aux projections des rayons incidents et réfractés sur le plan Q, cette formule demeure applicable, lorsque θ n'est pas nul, à condition d'y remplacer $N^2 - n^2$ par la différence

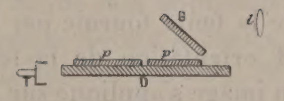
$$N_1^2 - n_1^2 = \frac{N^2 - n^2}{\cos^2\theta}.$$

La relation (3) va nous servir à déterminer la différence $N^2 - n^2$ des carrés des indices du prisme correspondant à une raie de longueur d'onde inconnue Λ, appartenant à un spectre stellaire, et à une raie de longueur d'onde connue λ, appartenant à un spectre terrestre. On verra ensuite comment on peut en déduire le rapport $\frac{\Lambda - \lambda}{\lambda}$.

Réduit à ses éléments essentiels, le spectrographe à prisme objectif que je propose pour mesurer les vitesses radiales, est constitué comme il suit. On suppose l'appareil installé sur un pied équatorial entraîné par un mouvement d'horlogerie et muni de rappels en ascension droite et en déclinaison.

Le prisme P, employé pour disperser la lumière, a sa base BC polie et argentée, en sorte que deux faisceaux pénètrent dans la chambre photographique : un faisceau dispersé et un faisceau non dispersé, ce dernier provenant des rayons réfléchis sur BC. Le faisceau dispersé donne un spectre qui s'inscrit sur la plaque photographique p, le faisceau non dispersé une image de l'étoile sur une plaque photographique p', fixée sur le même support D que la première. Avant de converger sur la plaque p', le faisceau réfléchi sur BC traverse une glace à faces parallèles G, montée sur le support D, glace dont une face est semi-argentée. Ce faisceau est ainsi décomposé en deux parties, l'une qui impressionne la plaque p', l'autre qui donne une image réfléchie de la source lumineuse, observable avec un oculaire l, image qu'on placera, comme il sera indiqué plus loin, sur un fil f, lié au support D, pendant l'observation. L'épaisseur à donner à l'argenture, déposée sur G, doit être





telle que le temps de pose nécessaire, pour impressionner le spectre, sur la plaque p, égale le temps de pose nécessaire, pour impressionner l'image de la source, à travers la glace G, sur la plaque p'.

Enfin, un petit miroir *m*, de quelques centimètres d'ouverture (5^{cm}), est accolé au prisme P. Il est orienté de façon que le fil *f* coïncide avec son image obtenue par autocollimation sur ce miroir.

Durant la pose, le miroir *m* ne doit pas se déplacer par rapport au prisme. Cette condition est facilement réalisable, en enfermant le tout dans une enceinte maintenue à température constante, dans laquelle la lumière pénètre à travers une glace à faces parallèles. On assure, du même coup, l'invariabilité des indices de réfraction du prisme.

Les plaques photographiques p, p', la glace G, le fil *f* et un autre fil, perpendiculaire au premier, déterminant par leur croisement un point de repère dont l'usage sera indiqué plus loin, forment un système qui doit aussi rester invariable. La réalisation de cette condition ne présente évidemment aucune difficulté. Le support D, sur lequel sont montées ces diverses pièces, est d'ailleurs mobile dans une coulisse, suivant le sens pp', à l'aide d'une vis micrométrique munie d'un tambour divisé T.

Sauf les deux parties de l'appareil dont il vient d'être question, le reste ne nécessite pas de stabilité particulière et il n'y a aucunement lieu de se préoccuper des flexions des pièces métalliques constituant la monture.

Au dispositif qui vient d'être décrit, seul représenté sur la figure, il faut adjoindre :

1° Un collimateur au foyer duquel est disposé une fente éclairée par la source de comparaison, fente dont le centre est masqué par un petit écran opaque, de largeur très légèrement supérieure à celle qu'on veut donner au spectre stellaire (en supposant la longueur focale du collimateur égale à celle de l'objectif O). Il convient de monter ce collimateur sur le même bâti que le corps du spectrographe;

2° Un miroir plan M, mobile autour d'un axe à portée de la main de l'observateur, miroir qui, une fois amené dans la position d'utilisation, doit réfléchir les rayons émanant du collimateur sensiblement dans la direction des rayons venant de l'étoile. La monture de ce miroir doit être munie de moyens de réglages permettant à l'opérateur de placer, sur le repère du fil *f*, l'image du centre de la fente fournie par les rayons réfléchis sur la base BC du prisme P. L'orientation de la fente, dans son plan, doit d'ailleurs être telle que son image s'applique sur le fil *f*.

Le collimateur, pas plus que le miroir M, n'ont besoin d'être montés de façon absolument stable.

Voici maintenant comment on doit procéder, avec ce dispositif, pour

obtenir des clichés aptes à fournir la solution du problème que nous avons en vue :

1° Le spectrographe étant dirigé vers l'étoile à étudier, on agit sur le tambour T de manière à faire coïncider le fil f avec son image fournie par autocollimation sur le miroir m. Il convient, pendant cette opération, de masquer la plaque p' pour qu'elle ne soit pas impressionnée par la lumière traversant l'argenture déposée sur G.

2° On agit sur les organes des petits mouvements du support équatorial de façon à amener, sur le repère du fil f, l'image de l'étoile fournie par les rayons réfléchis sur la base du prisme. Puis on fait poser les plaques p et p' en vérifiant fréquemment la coïncidence du fil f avec son image réfléchie par m. Tout en s'efforçant de maintenir ce réglage, d'où dépend la pureté du spectre, il n'y a pas lieu, comme on le verra bientôt, de s'inquiéter de savoir si la coïncidence est restée rigoureuse durant les opérations.

3° On place le miroir M dans la position d'utilisation, on éclaire la fente avec la source de comparaison et l'on agit sur les organes de réglage du miroir, de manière à placer, sur le repère du fil f, l'image obscure (à cause du petit écran qui masque la lumière) du centre de la fente. Comme précédemment, il faut vérifier, avant de faire poser les plaques p et p', que le fil f coïncide avec son image réfléchie par autocollimation sur le miroir m. S'il s'est produit un dérangement, il faut rétablir la coïncidence, en agissant sur la tête de vis T, avant de commencer la pose.

4° Si le temps de pose ne doit durer que quelques minutes, les opérations conduites comme il vient d'être dit sont correctes; mais, s'il faut poser plus longtemps, il convient de fractionner les temps de pose relatifs au spectre stellaire et au spectre de comparaison, en ayant soin de croiser les poses partielles de l'un et l'autre spectre.

Voyons maintenant comment on tirera parti des clichés obtenus, les angles I, i, Φ, φ, définis ci-dessus, étant d'abord supposés n'avoir pas varié au cours des opérations.

Le spectre de comparaison, sur le cliché p, est traversé longitudinalement, à mi-hauteur, par une bande non impressionnée qui résulte de l'interposition du petit écran opaque devant le centre de la fente. C'est dans cette bande qu'est intercalé le spectre stellaire. Si l'on s'astreint, comme nous l'admettons, à ne comparer que des raies peu éloignées l'une de l'autre, la mesure du cliché p fera connaître, avec précision, la différence $\Phi - \varphi$ pour deux raies quelconques, l'une de longueur Λ appartenant au spectre stellaire, l'autre de longueur λ appartenant au spectre de com-

paraison (ou de deux raies appartenant au même spectre, auquel cas $I = i$).

La mesure du cliché p' fournit de même la valeur précise de $I - i$ qui est nécessairement très petite et serait rigoureusement nulle, si l'on pointait, avec le repère du fil f, l'image du centre de la fente et celle de l'étoile exactement de la même manière.

Les angles A, I, i, Φ, φ pouvant être regardés comme connus, très approximativement, par des mesure faites, une fois pour toutes, dans le laboratoire, l'application de l'équation (3) fait connaître la différence $N^2 - n^2$, avec une faible erreur relative.

Mais, au cours des observations, les angles I, i, Φ, φ, contrairement à ce que nous avons admis, ont pu légèrement varier, bien qu'on se soit efforcé d'assurer leur constance en maintenant : 1° le fil f en coïncidence avec son image fournie par autocollimation sur le miroir m; 2° l'image de l'étoile et celle du centre de la fente du collimateur sur le repère du fil f. Quoi qu'il en soit, on démontre facilement que l'équation (3) demeure applicable si, comme il est naturel de l'admettre, on pointe, sur les clichés, les centres de gravité des images successives correspondant aux instants pendant lesquels les angles en question n'ont pas varié, les intensités de ces images composantes tenant lieu de masses.

Nous avons fait usage, pour déterminer $N^2 - n^2$, de l'équation (3), admettant implicitement que les rayons incidents sont parallèles à un plan perpendiculaire à l'arête réfringente du prisme. Si les rayons incidents sont inclinés d'un angle θ, sur ce plan, l'équation (3) fournira la valeur de $\frac{N^2 - n^2}{\cos^2\theta}$, à condition d'exécuter les mesures de la façon suivante : Considérons le plan Q perpendiculaire à l'arête réfringente du prisme et passant par le centre optique de l'objectif de la chambre photographique. Les traces de ce plan peuvent être marquées sur les clichés p et p'. Les angles d'incidence et d'émergence, figurant dans la formule (3), se rapportant, dans le cas qui nous occupe, aux projections des rayons sur le plan Q, la mesure des clichés doit se faire avec un micromètre dont la vis est parallèle aux traces en question, quel que soit θ.

Connaissant $N^2 - n^2$, il faut en déduire le rapport $\frac{\Lambda - \lambda}{\lambda}$ qui intervient directement dans la détermination des vitesses radiales. On démontre, par une application convenable de la série de Lagrange, que ce rapport peut s'exprimer par un développement de la forme

$$\frac{\Lambda - \lambda}{\lambda} = B_1(N^2 - n^2) + B_2(N^2 - n^2)^2 + B_3(N^2 - n^2)^3 + \ldots, \tag{4}$$

B_1, B_2, B_3, ..., étant des fonctions de λ qu'on pourrait obtenir, si l'on possédait la relation fournissant n^2 en fonction de λ. Fort heureusement, la connaissance de ces fonctions est inutile pour les applications numériques. Il suffit d'avoir leurs valeurs, pour certaines valeurs particulières de λ, quitte à calculer ensuite, par interpolation, les valeurs intermédiaires dont on pourra avoir besoin. Le rapport $\frac{\Lambda-\lambda}{\lambda}$ et la différence $N^2 - n^2$ seront toujours très petits dans les applications de l'équation (4) au calcul des vitesses radiales. Aussi est-il suffisant de connaître B_1 et, dans certains cas, B_2. Mais, pour les déterminer, il convient de prendre trois termes, dans le second membre de la formule (4), afin de pouvoir l'appliquer aux mesures faites sur un spectre de l'arc au fer, obtenu avec le spectographe lui-même, en considérant particulièrement les raies dans les longueurs d'ondes précises résultent des recherches de Buisson et Fabry. Au repaire de longueur d'onde λ, on associera les trois repères les plus voisins, de longueurs d'ondes Λ_1, Λ_2, Λ_3. Les valeurs correspondantes de $N_1^2 - n^2$, $N_2^2 - n^2$, $N_3^2 - n^2$ s'en déduiront en appliquant l'équation (3). La relation (4) fournira ensuite trois équations qui feront connaître les B.

La méthode exposée ci-dessus fournit les longueurs d'ondes des raies spectrales d'une étoile, par comparaison directe avec les raies d'un spectre terrestre connu. On se trouve ainsi en possession des données voulues pour évaluer sa vitesse radiale. Mais cette méthode ne s'applique pas seulement à l'étoile particulière dont nous nous sommes occupés jusqu'ici. On peut en faire usage pour tous les astres qui impressionnent les plaques sensibles p et p', en même temps que l'étoile guide, en prenant les dispositions que nous allons indiquer.

Utilisons le collimateur comme lunette photographique, pour relever la région du ciel à étudier, la plaque sensible étant entraînée, d'un mouvement uniforme, avec une vitesse convenable, dans une direction X que nous définirons dans un moment. On arrêtera le mouvement lorsque l'espace parcouru par la plaque atteindra $2^{mm},5$ environ, après avoir eu soin, au milieu de la pose, de masquer l'objectif, pendant quelques instants, de façon que les traînées impressionnées par les étoiles soient interrompues, dans leurs parties centrales, par un intervalle de 1^{mm} environ. Tirons un positif sur verre, fortement développé, du cliché obtenu, plaçons-le au foyer du collimateur, la gélatine regardant l'objectif, et illuminons toute sa surface avec la source de comparaison. Si ce diapositif est convenablement orienté, dans son plan, et la direction X bien choisie, les petites fentes à centre opaque,

réalisées photographiquement, pour chacune des étoiles, se verront, à travers l'oculaire l, dans une direction parallèle au fil f, quand on amènera le miroir M dans sa position d'utilisation. D'autre part, les images des étoiles, sur le cliché p', se formeront, au moins approximativement, au centre même des images des fentes correspondant à chacune d'elles, quand le spectrographe ainsi agencé sera dirigé vers la région du ciel, considérée tout à l'heure, et le miroir M réglé, dans sa position d'utilisation, de façon que le repère du fil f bissecte le centre de la fente relative à l'étoile guide, maintenue sous le même repère, pendant la pose. Sur le cliché p, les spectres stellaires seront intercalés au centre de la bande longitudinale non impressionnée traversant chacun des spectres de comparaison.

Des valeurs de I, i, Φ, φ, connues pour l'étoile guide, on déduira, d'après les données fournies par les catalogues, celles qui se rapportent aux étoiles venues sur les clichés. On évaluera également l'angle θ, pour chacun de ces astres, dont la vitesse radiale s'obtiendra en combinant, comme il a été expliqué ci-dessus, les mesures faites sur les clichés p et p'.

PHYSIQUE. — *Méthode pour le réglage d'une lunette en autocollimation.* Note de M. G. Lippmann.

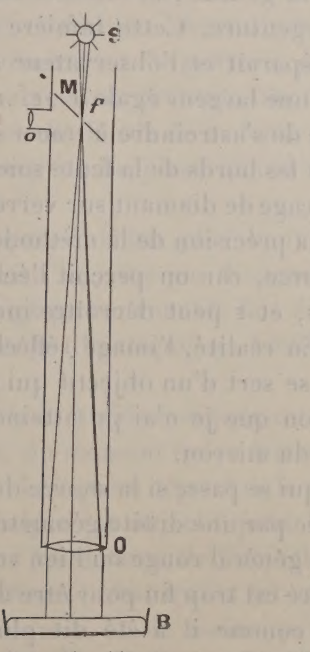
On sait qu'il est parfois nécessaire de régler une lunette en autocollimation, et que ce cas se présente notamment quand on veut déterminer le zénith : la surface réfléchissante est alors celle d'un bain de mercure. La méthode que je vais décrire et que j'ai étudiée expérimentalement me paraît donner une grande précision.

Le réticule employé est une fente à bords très minces et très nets, obtenue en traçant un trait de diamant sur la surface argentée d'une lame de verre M. Cette fente est placée dans le plan focal d'une lunette collimatrice, la face argentée étant du côté de l'objectif O, et la lame est inclinée à 45° environ sur l'axe de la lunette. On éclaire la fente par une source S, et on l'observe latéralement à l'aide d'un oculaire o.

Cela posé, voici comment fonctionne l'appareil :

Si le réglage est parfait, c'est-à-dire si les rayons émergents sont exactement perpendiculaires à la surface du mercure, les rayons réfléchis coïncident avec les rayons incidents et l'image réfléchie de la fente retombe exactement sur celle-ci; les rayons réfléchis ressortent donc par l'ouverture qu'ils avaient traversée, et l'œil n'aperçoit rien : il y a obscurité.

Si, au contraire, le réglage est imparfait, la coïncidence cesse; si, par exemple, la fente est déplacée d'une quantité ε vers la droite, son image est déplacée d'une quantité ε vers la gauche. La lumière réfléchie tombe alors sur l'argenture, est réfléchie vers l'œil, et l'on aperçoit de la lumière réfléchie; cette image est d'ailleurs éclatante, à cause du pouvoir réflecteur



S, source lumineuse; M, miroir; *f*, fente; O, objectif; *o*, oculaire; B, bain de mercure.

considérable de l'argenture. Pour rétablir le réglage, on déplace micrométriquement soit la fente, soit la lunette tout entière, de manière à rétablir la coïncidence, jusqu'à faire disparaître toute lumière réfléchie.

Quelle précision obtient-on dans ces conditions? Pour m'en rendre compte, j'ai fait porter la fente par un chariot à vis micrométrique à tête divisée donnant à peu près le micron.

J'ai constaté qu'en dérangeant, puis en refaisant le réglage, on retombait toujours sur la même position de la fente, presque à 1^{μ} près. L'incertitude était environ de $1^{\mu},5$, ce qui correspond, pour une longueur focale de 2^{m}, à une inexactitude d'environ $0'',15$.

Il est utile de remarquer que la précision de la méthode ne dépend pas de la finesse de la fente; celle-ci peut avoir une largeur quelconque; le résultat demeure le même que si elle était très fine. En effet, l'image

réfléchie a toujours la même largeur que la fente : dans le cas d'un réglage parfait, la coïncidence subsiste entre la fente et son image; les rayons réfléchis sortent tous par la fente, et l'obscurité subsiste pour l'œil de l'observateur.

La fente vient-elle à être déplacée d'une quantité ε vers la droite, l'image se déplace de ε vers la gauche; la lumière réfléchie empiète dès lors d'une quantité 2ε sur l'argenture. Cette lumière réfléchie étant renvoyée vers l'œil, l'obscurité disparaît et l'observateur croit voir s'ouvrir une fente vivement éclairée d'une largeur égale à 2ε.

Il est donc inutile de s'astreindre à tracer sur l'argenture une ligne fine; il faut et il suffit que les bords de la fente soient très nets; condition facile à réaliser par un traçage de diamant sur verre argenté [1].

Théoriquement, la précision de la méthode devrait croître indéfiniment avec l'éclat de la source, car on perçoit l'éclairement qui serait dû à une fente de largeur 2ε, et ε peut décroître indéfiniment quand l'éclat de la source augmente. En réalité, l'image réfléchie ne peut être parfaitement nette, parce qu'on se sert d'un objectif qui n'a qu'une perfection limitée; c'est pour cette raison que je n'ai pu atteindre que la précision indiquée plus haut et voisine du micron.

Voici en effet ce qui se passe si la source de lumière est blanche : l'image, au lieu d'être limitée par une droite géométrique, est en réalité bordée par un liseré coloré, en général rouge ou bien vert. Avec un bon objectif, bien achromatisé, ce liseré est trop fin pour être directement perçu; mais quand on fait le réglage comme il a été dit plus haut, l'image géométrique constituée par de la lumière blanche retombe seule sur la fente et disparaît.

Au contraire, le liseré coloré qui le déborde empiète sur l'argenture et devient seul visible. En d'autres termes, lorsque le réglage est parfait, il n'y a plus de lumière blanche visible, mais la fente apparaît comme un fossé noir bordé d'un liseré coloré. On est ainsi averti que la position de réglage est atteinte. Quant à la couleur du liseré, elle dépend de l'achromatisme de l'objectif : il est rouge si la mise au point est parfaite pour les rayons verts; il est vert bleu si l'on est dans le plan focal des rayons rouges.

Le phénomène est alors particulièrement frappant et propre à marquer

---

(1) On peut substituer à la fente un simple point transparent ou bien une petite croix tracée au diamant sur l'argenture,

qu'on est arrivé à la position du réglage; l'aspect est à peu près le même que si l'on observait deux raies fines dans la partie vert bleu du spectre, et la pureté de cette coloration, qui ne ressemble pas à celle de la source, rend la position de réglage qualitativement facile à observer.

Les observations décrites ci-dessus ont été faites avec de bons objectifs, qui m'ont été obligeamment prêtés par l'Observatoire de Montsouris. Avec de mauvais objectifs, on observe d'autres aberrations, mises en évidence par la réflexion des rayons aberrants sur l'argenture. Ainsi, l'un des objectifs employés, mal monté probablement, présente une dissymétrie au point de vue de l'achromatisme : l'un des bords de la fente paraît rouge, l'autre vert, et les deux couleurs changent de place quand on fait tourner ledit objectif dans sa monture.

Il est à remarquer que l'appareil décrit plus haut peut être considéré comme une variante du dispositif imaginé par Foucault pour contrôler la perfection d'un objectif; un réglage convenable fait disparaître les rayons autocollimés qui donnent l'image théorique, et seuls restent visibles les rayons aberrants.

On peut conclure de là que la méthode indiquée est d'une précision qui ne peut être dépassée. En effet, du moment qu'on fait usage d'un objectif et des images qu'il fournit, il est clair qu'on dépend de la qualité de l'objectif : on ne peut obtenir plus que ce que cet objectif peut donner. Du moment qu'on réalise un réglage tel que les défauts de l'objectif soient en quelque sorte isolés et mis seuls en évidence, c'est qu'on est arrivé à ce maximum de précision qu'on ne peut dépasser, ou du moins qu'on ne peut dépasser qu'en corrigeant les défauts de l'objectif dont on fait usage.

MINÉRALOGIE. — *Du pouvoir rotatoire dans les cristaux biaxes.* Note de M. Fred Wallerant.

Le pouvoir rotatoire des cristaux biaxes est longtemps passé inaperçu parce qu'il est beaucoup plus faible que celui des cristaux uniaxes. Il fallait, pour le constater, employer de gros cristaux difficiles à obtenir et qu'on n'a que rarement à sa disposition. Comme, en outre, les cristallographes, en général, ne croyaient pas à son existence, par suite d'idées théoriques, ils ne firent pas les recherches nécessaires pour le constater.

C'est M. Pocklington qui eut, le premier, la patience de rechercher le pouvoir rotatoire dans de gros cristaux et fut assez heureux pour le trouver.

Il examine, en lumière convergente, homogène, un cristal taillé perpendiculairement à un axe optique ; si le pouvoir rotatoire est assez intense, la ligne neutre est interrompue dans le voisinage du pôle de l'axe, mais elle est rétablie par la rotation de l'analyseur d'un angle convenable.

De ce mode d'observation résulte une méthode de mesure qui fut employée par Dufet. Mais cette méthode manque de précision, car il faut juger du degré d'extinction d'une ligne neutre, c'est-à-dire d'une bande étroite se détachant sur un fond éclairé. Aussi ai-je employé la méthode suivante : un microscope dont l'axe est horizontal est placé sur une platine tournant autour d'un axe vertical et d'un axe horizontal ; il est disposé pour l'examen en lumière convergente, la lumière étant fournie par un bec Auer placé sur le côté et renvoyée dans l'axe du microscope par une glace sans tain à faces parallèles. D'autre part, à côté du microscope et à portée de l'observateur, se trouve un arc électrique muni d'un diaphragme dont l'ouverture a 2^{mm} de diamètre. On vise avec le microscope cette ouverture, dans un miroir situé à 8^{m} : les rayons reçus par l'appareil font donc entre eux un angle de $30''$ au plus.

Le cristal, taillé perpendiculairement à son axe optique, étant placé sur la platine du microscope, on voit simultanément le phénomène en lumière convergente et un point lumineux, provenant des rayons, émis par l'arc, qui ont traversé le cristal parallèlement entre eux à $30''$ près. En agissant sur la platine qui supporte le microscope, on amène sans difficulté ce point lumineux au centre des anneaux et les rayons sont alors parallèles à l'axe optique.

Si la dispersion des axes optiques est faible, en faisant tourner l'analyseur, on voit le point lumineux prendre toutes les teintes du spectre et, en faisant tomber la lumière sur la fente d'un spectroscope, on voit dans le spectre une bande qui se déplace quand on fait tourner l'analyseur. Si la dispersion est forte, les rayons ne sont parallèles qu'à l'axe d'une seule couleur et la bande noire n'apparaît dans le spectre que quand les vibrations de cette couleur sont éteintes par l'analyseur.

Pour faire les mesures, il est d'ailleurs préférable d'employer des filtres pour les différentes couleurs; ces filtres étant placés de façon à être traversés aussi bien par la lumière venant du bec Auer que par celle venant de l'arc : l'orientation des rayons parallèlement aux axes optiques se fait ainsi avec plus de précision et la rotation se mesure par l'extinction des rayons parallèles.

Je n'indiquerai ici que quelques résultats :

Dans le sucre, suivant l'axe optique perpendiculaire sur h^1, la rotation de la lumière du sodium est de — 12° par centimètre et, suivant l'autre axe, de + 56°, au lieu de — 22° et + 64° obtenus par les auteurs précédents.

Dans le tartrate droit d'ammoniaque et d'antimoine, c'est-à-dire le tartrate obtenu avec l'acide droit en solution, la dispersion des axes est très forte et les rotations pour les différentes couleurs sont les suivantes :

λ.	ρ.
620	+ 139°
570	+ 168
536	+ 185
491	+ 249

Pour les tartrates droit et gauche de soude et d'ammoniaque, obtenus en partant de l'acide racémique, les rotations sont égales et de sens contraires.

Pour l'acide racémique, qui est triclinique et centré, on pouvait se demander s'il ne produirait pas des rotations égales et de sens contraires, suivant les deux directions d'un même axe optique. Il n'en est rien, la rotation est nulle dans les deux sens.

Enfin, il est une question d'ordre général qu'il fallait résoudre : on sait que certains corps se trouvent à deux états; dans l'un, ils sont actifs en solution; dans l'autre, inactifs. Tel est le malate d'ammoniaque. Or le malate d'ammoniaque actif m'a donné des cristaux faisant tourner le plan de polarisation de la lumière jaune de — 11°, tandis que les cristaux de l'autre malate sont inactifs. Il y a tout lieu de croire d'ailleurs que, si un corps inactif en solution peut donner des cristaux actifs, par contre tous les corps actifs en solution doivent donner des cristaux également actifs.

PARASITOLOGIE. — *L'agent du debab d'Algérie est le* Trypanosoma soudanense (*Laveran*). Note de M. A. LAVERAN.

En 1907, j'ai appelé l'attention sur les ressemblances existant entre les infections expérimentales produites par un trypanosome originaire du Haut-Niger que j'ai décrit sous le nom de *Tr. soudanense* et celles que détermine le trypanosome de l'épizootie algérienne atteignant les dromadaires, et parfois les chevaux, qui est désignée, en général, sous le nom de *debab* [1].

---

(1) A. LAVERAN, *Ann. de l'Institut Pasteur*, t. XXI, mai 1907, p. 347.

La même année, j'ai pu fournir la preuve de l'identité des deux trypanosomiases, grâce à l'obligeance de M. le professeur Vallée, de l'École d'Alfort ([1]). Deux bovidés qui avaient été inoculés avec le virus du *debab* ou avec le virus du mal de la Zousfana (identifié au premier), et qui étaient guéris des infections produites par ces virus, se sont montrés complètement réfractaires au *Tr. soudanense*.

En 1912, MM. Ed. et Et. Sergent et Lhéritier, ayant inoculé en Algérie, avec mon virus du *Tr. soudanense*, une chamelle et deux caprins immunisés contre le debab, ont constaté chez ces animaux des infections légères et ils ont conclu de leurs expériences que le trypanosome du debab constituait vraisemblablement une variété du *Tr. soudanense* à laquelle ils ont proposé de donner le nom de *berberum*.

J'ai fait récemment une nouvelle expérience qui a porté :

1° Sur une chèvre ayant une immunité solide pour le *Tr. soudanense ;*

2° Sur une chevrette servant de témoin;

3° Sur une chèvre ayant une immunité solide pour le surra dont les rapports avec le debab ont été admis par quelques observateurs.

Je me sers toujours du même virus de *Tr. soudanense* qui m'a été fourni par un chien inoculé à Ségou (Haut-Niger) sur un dromadaire et ramené en France par M. Cazalbou au mois d'avril 1906 ; ce virus est conservé depuis 8 ans bientôt dans mon laboratoire au moyen de passages par cobayes.

Le virus du debab m'a été fourni très aimablement par M. le Dr Ed. Sergent; le cobaye qui m'a été envoyé d'Alger avait été inoculé avec une race de debab originaire de dromadaires nomadisant entre la région Touggourt-Biskra et la région Oued-Athménia-Châteaudun. Je résume les observations des trois chèvres :

1° Une chèvre neuve, du poids de 40^{kg}, est inoculée le 1er mai 1912 avec le *Trypanosoma soudanense;* à cet effet, on injecte, à la base d'une des oreilles, quelques gouttes du sang d'un cobaye fortement infecté, diluées dans un peu d'eau physiologique citratée. Le 17 mai, la chèvre a une poussée fébrile, la température monte à 40°,4 (température normale 39°). Pendant les mois de mai et de juin, on constate encore plusieurs poussées de fièvre, avec des températures de 39°,6 à 40°. Tous les examens histologiques du sang sont négatifs au point de vue de l'existence des trypanosomes. — 18 juin, deux cobayes reçoivent chacun dans le péritoine 5^{cm^3} du sang de la chèvre, ils s'infectent. — La chèvre ne paraît pas malade, elle pèse 45^{kg} le 2 juillet et 48^{kg} le 2 août. — Des animaux d'épreuve (cobayes ou chiens) inoculés les 19 août,

---

([1]) A. Laveran, *Comptes rendus*, t. 145, 29 juillet 1907, p. 293.

19 octobre, 19 décembre 1912 et 19 février 1913, avec le sang de la chèvre, s'infectent. La température de la chèvre est normale; le poids est de 48^{kg} le 4 janvier 1913, et de 51^{kg} le 1er mars. — Un chien qui a reçu le 7 mai, dans le péritoine, 30^{cm^3} du sang de la chèvre ne s'infecte pas. — 3 août 1913, la chèvre est réinoculée avec le *Tr. soudanense;* poids : 42^{kg}. — 3 septembre, un chien reçoit dans le péritoine 30^{cm^3} du sang de la chèvre, il ne s'infecte pas; la chèvre est donc guérie de son infection par le *Tr. soudanense* et elle a l'immunité pour cette trypanosomiase. — 3 novembre 1913, la chèvre est inoculée sous la peau, à la base d'une des oreilles, avec quelques gouttes du sang d'un cobaye infecté de debab, diluées dans de l'eau physiologique citratée. La chèvre pèse 40^{kg}. — La température reste normale pendant les mois de novembre et de décembre; tous les examens du sang sont négatifs. — 27 novembre, un chien reçoit, dans le péritoine, 30^{cm^3} du sang de la chèvre, il ne s'infecte pas. La chèvre a donc l'immunité pour le virus du debab algérien, comme pour le *Tr. soudanense*, d'où l'on peut conclure à l'identité des deux virus. — 3 décembre, la chèvre va très bien, elle pèse 46^{kg}.

2° Une chevrette du poids de 14^{kg} est inoculée, le 3 novembre 1913, dans les mêmes conditions que la chèvre n° 1, à laquelle elle sert de témoin, et avec la même quantité de virus du debab. A la suite de l'inoculation, on n'observe pas de poussées fébriles et tous les examens du sang faits pendant les mois de novembre et de décembre sont négatifs. — Le 29 novembre, un chien reçoit, dans le péritoine, 30^{cm^3} du sang de la chevrette, il s'infecte et meurt le 14 décembre. La chevrette pèse 15^{kg} le 3 décembre, 17^{kg} le 5 janvier 1914.

3° Une chèvre, du poids de 48^{kg}, qui a acquis une immunité solide pour le surra, est inoculée le 3 novembre 1913, dans les mêmes conditions que les chèvres 1 et 2, avec le virus du debab. Pendant les mois de novembre et de décembre, il n'y a pas de poussées fébriles et tous les examens du sang sont négatifs, mais un chien qui a reçu, le 28 novembre, dans le péritoine, 30^{cm^3} du sang de la chèvre s'infecte et meurt le 22 décembre. — La chèvre pèse, le 3 décembre, 47^{kg}; même poids le 5 janvier 1914.

Il résulte de ces observations que la chèvre ayant l'immunité pour le *Trypanosoma soudanense* s'est montrée réfractaire au virus du debab, tandis que la chevrette servant de témoin et la chèvre ayant l'immunité pour le surra, inoculées avec le virus du debab dans les mêmes conditions que la chèvre n° 1, se sont infectées. Le trypanosome du debab doit donc être identifié au *Tr. soudanense*, il n'a rien de commun avec le *Tr. Evansi*, agent du surra.

L'expérience antérieure, faite sur deux bovidés à l'École d'Alfort, avait montré que des animaux ayant acquis l'immunité pour le debab étaient devenus réfractaires au *Tr. soudanense ;* l'expérience actuelle montre qu'un animal ayant acquis l'immunité pour le *Tr. soudanense* est devenu réfractaire au debab; la démonstration d'identité des deux virus est ainsi complète.

Le *Tr. soudanense* conservé dans mon laboratoire est un peu plus actif

que le virus du debab algérien; on s'explique ainsi que des animaux ayant l'immunité pour le second de ces virus aient pu être infectés par le premier (expérience de MM. Ed. et Et. Sergent et Lhéritier); cela arrive souvent lorsqu'on expérimente avec des virus de même espèce, mais d'inégale force; c'est pour éviter cette cause d'erreur que les expériences d'identification de deux virus, au moyen de l'immunité qu'ils confèrent l'un pour l'autre, doivent être *croisées*.

Le **Prince Bonaparte** fait hommage à l'Académie d'un Mémoire ptéridologique qu'il vient de publier sous le titre de : *Fougères du Congo belge de l'Herbier du Jardin botanique de l'État à Bruxelles*.

M. **J. Boulvin** fait hommage, par l'organe de M. L.-E. **Bertin**, de la 3e édition de sa *Théorie des machines thermiques*.

ÉLECTIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à l'élection d'un Correspondant pour la Section de Mécanique, en remplacement de M. *Gosselet*, élu Membre non résident.

Au premier tour de scrutin, le nombre de votants étant 43,

M. Vasseur	obtient.	35	suffrages
M. G. Friedel	»	6	»
M. Nicklès	»	2	»

M. **Vasseur**, ayant obtenu la majorité absolue des suffrages, est élu Correspondant de l'Académie.

CORRESPONDANCE.

M. **René Godfroy** adresse des remercîments pour la distinction que l'Académie a accordée à ses travaux.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Comité international des Poids et Mesures. *Procès-verbaux des séances.* Deuxième série. Tome VII : *Session de* 1913.

2° *Géologie des chaînes jurassiennes et subalpines de la Savoie*, par Joseph Révil. (Présenté par M. Termier.)

3° *Quelques expériences sur la croissance des algues marines à Roscoff*, par Mme Paul Lemoine. (Présenté par M. L. Mangin.)

GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — *Sur les courbes à torsion constante.* Note de M. **Gambier**.

1. Soient en axes rectangulaires une courbe (A) à torsion constante τ, lieu du point $A(x, y, z)$, (B) l'indicatrice des torsions lieu du point $B(c, c', c'')$, C le cône de sommet O et de directrice (B), (σ) la directrice plane de C dans le plan $z = 1$, lieu du point $\sigma\left(\xi = \frac{c}{c''}, \eta = \frac{c'}{c''}\right)$, I le cône isotrope de sommet O. Le cône C est algébrique ou unicursal suivant que la courbe (A) est elle-même algébrique ou unicursale.

Réciproquement, à un cône C algébrique ou unicursal donné *a priori* correspond (sauf translation) une seule courbe (B) : les fonctions correspondantes x, y, z s'obtiennent par trois intégrales signalées par divers auteurs et présentent en général une singularité logarithmique pour chaque génératrice commune à C et I. Pour que (A) soit algébrique il faut exprimer que ces singularités n'existent pas; cela suffit ici si (A) est unicursale.

2. Soient $F(\xi, \eta) = 0$, l'équation dans son plan de la courbe algébrique (σ); ξ_0, η_0, une solution commune à $F(\xi, \eta) = 0$, $1 + \xi^2 + \eta^2 = 0$. Le point $\sigma_0(\xi_0, \eta_0)$ est sur la courbe (σ) l'origine d'un cycle de degré p, de classe q. Il compte dans l'intersection des deux courbes pour un entier i, $F = 0$, $1 + \xi^2 + \eta^2 = 0$ que j'appelle *indice de la génératrice* $O\sigma_0 B_0$. On a soit $i = 2p + r$, $q = p$, soit $i = 2p$, $q = p + s$; s et r entiers positifs.

Dans le premier cas on ne peut avoir $r = p$; cela écarte par exemple le cas $i = 3$. Si $1 \leqq r \leqq p - 1$ les trois conditions relatives à $O\sigma_0 B_0$ se réduisent à deux; pour $r > p$ elles ne sont pas réductibles à moins de trois. Dans le second cas $i = 2p$, $q = p + s$, on a une interprétation géométrique simple pour certains cas : $p = 1$, $i = 2$, par exemple, entraîne $q = 3$: la généra-

trice $O\sigma_0 B_0$ est surinflexionnelle pour C : j'ai signalé ce fait (*Comptes rendus*, 10 mars 1913); je suis revenu sur ce fait dans un pli cacheté remis à l'Académie en juillet 1913, montrant que la courbe (B) est coupée en trois points confondus en B_0 par l'une des génératrices isotropes de la sphère. Pour $s \leqq p$ les trois conditions relatives à $O\sigma_0 B_0$ se réduisent à une; pour $s \geqq p + 1$ elles sont automatiquement vérifiées.

Tous ces résultats sont d'accord avec ceux de M. Darmois (*Comptes rendus*, 22 décembre 1913); la Note de cet auteur met d'ailleurs en évidence le rôle des trois entiers que j'appelle p, q, i.

Le degré de C étant m, le degré de (A) est $2m - \Sigma p$. Les points à l'infini de (A) sont tous sur le cercle de l'infini, le plan osculateur étant ou isotrope, ou le plan de l'infini (d'une façon générale, tangent au cercle de l'infini).

Une conséquence intéressante est la suivante : Si une surface S algébrique a *un* système et *un seul* de lignes asymptotiques à torsion constante, ces courbes sont algébriques, le cône asymptote de S se réduit au cône isotrope (compté un certain nombre de fois). Même résultat si les deux systèmes sont à torsion constante (surfaces à courbure totale constante), pourvu qu'ils soient algébriques.

3. J'ai obtenu un grand nombre de types explicites de courbes (A) unicursales. Elles sont classées d'après le degré du cône C et la nature des génératrices communes à C et I. En me bornant aux courbes réelles, les génératrices s'associent par couples de génératrices imaginaires conjuguées. Si tous les couples ont un indice pair, (B) est unicursale; si tous les couples sauf un, ont un indice pair, (B) est exprimée rationnellement au moyen de t et d'un radical carré portant sur un trinome du second degré en t; disons alors que (B) est mixte; on peut l'exprimer rationnellement au moyen d'un nouveau paramètre; si deux couples au moins ont un indice impair, (B) n'est plus unicursale. Tous les exemples jusqu'ici connus se rapportaient au cas d'une indicatrice (B) unicursale ou mixte : j'ai pu obtenir des indicatrices (B) non unicursales, réelles.

Je me suis livré à une étude détaillée des courbes (B) qui possèdent un plan ou un axe de symétrie, ou qui par une rotation de $\frac{2\pi}{n}$ autour de Oz reviennent coïncider avec elles-mêmes. J'ai démontré dans ce dernier cas que si (B) est de degré $2(hn+p)$, ne donnant que deux génératrices communes à C et I, $q = p$, $i = 2(hn+p)$, on a une infinité de courbes (A) dépendant de $2h+1$ paramètres, réelles si $p < hn$, toutes imaginaires si $p > hn$ (p et n sont premiers entre eux).

J'ai enfin obtenu une transformation particulière qui permet de déduire d'une courbe (A) connue une infinité de courbes (A_1) unicursales et à torsion constante également, dépendant d'un aussi grand nombre de paramètres qu'on veut et d'un degré aussi élevé qu'on veut. Dans cette transformation, tous les couples communs à C et I, sauf un, sont ainsi modifiés : les deux génératrices G et G′ du couple sont remplacées chacune par n génératrices isotropes $\gamma_1, \gamma_2, \ldots, \gamma_n$ pour G; $\gamma', \gamma'_1, \ldots, \gamma'_n$ pour G′, l'indice commun de G et G′ étant l'indice des nouvelles génératrices $\gamma_1, \gamma'_1, \gamma_2, \ldots, \gamma'_n$. Quant au dernier couple, il est remplacé par un couple de génératrices conjuguées sur I dont l'indice est au moins égal, mais de même parité. Si donc on connaît une courbe (A) relative à un cône C ayant une directrice (B) mixte et au moins quatre génératrices communes avec I (j'en ai obtenu), on en déduit une courbe (A_1) relative à une directrice (B_1) non unicursale.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur une propriété des fonctions à nombres dérivés finis.* Note de M. **Arnaud Denjoy**, présentée par M. Émile Picard.

J'ai donné, il y a deux ans, dans les présents *Comptes rendus* (t. 154), un procédé de calcul permettant de remonter d'une fonction dérivée quelconque à l'une de ses primitives. Ma méthode repose sur les deux théorèmes suivants :

1° *Si l'on considère un ensemble parfait* P *et uniquement les valeurs prises sur* P *par une fonction dérivée finie f, l'ensemble des points de* P, *au voisinage desquels f n'est pas bornée, est non dense sur* P.

C'est là un cas particulier de ce théorème, que toute fonction limite de fonctions continues, considérée sur un ensemble parfait quelconque P, n'admet une discontinuité supérieure à un nombre positif arbitraire qu'en un ensemble non dense sur P, proposition considérée à tort, par certains, comme très cachée, alors que seule, la réciproque, énoncée avec la directe, pour la première fois, par M. Baire, présente de très profondes difficultés de démonstration.

2° *Si dans chaque intervalle i contigu à* P, *on calcule l'oscillation ϖ de* F, *primitive de f, l'ensemble des points de* P, *au voisinage desquels la série des*

quantités w (*en infinité dénombrable*) *diverge*, *est non dense sur* P (*Comptes rendus*, t. 154, p. 1077).

On m'a demandé à diverses reprises la démonstration de ce théorème, qui m'avait paru assez simple pour le publier sans le justifier. Voici la preuve que j'ai déjà indiquée aux personnes qui ont bien voulu s'en informer auprès de moi.

Je rappelle d'abord que la série w est dite converger au voisinage d'un point M de P, s'il existe un certain intervalle J contenant M et tel que la série des w correspondant aux i intérieurs à J converge. La non-existence de J définit le cas de la divergence des w en M.

D'abord α et β étant les extrémités de i, le maximum de chacune des deux quantités

$$|F(x)-F(\alpha)| \quad \text{et} \quad |F(\beta)-F(x)|,$$

où x varie de α à β surpasse $\frac{w}{2}$. En effet, w est, par hypothèse, le maximum de la différence de $F(x)-F(x')$, x et x' étant arbitraires dans i, quantité inférieure à

$$|F(x)-F(\alpha)|+|F(x')-F(\alpha)|.$$

Soient donc μ le maximum de $|F(x)-F(\alpha)|$ et pareillement μ' celui de $|F(\beta)-F(x)|$. μ et μ' sont l'un et l'autre supérieurs à $\frac{w}{2}$ et d'ailleurs inférieurs à w. Les séries μ et w divergent ou convergent simultanément.

Cela étant, calculons le quotient $\frac{\mu}{i}$ pour chaque intervalle. Supposons que ce nombre soit la valeur d'une certaine fonction φ constante sur l'intervalle i correspondant. Il est évident que les points au voisinage desquels cette fonction est bornée sont des points de convergence pour la série μ. Si donc nous montrons que l'ensemble des points de P au voisinage desquels φ n'est pas bornée est non dense sur P, la proposition sera établie. L'hypothèse opposée est qu'il existe un intervalle ω contenant des points de P et tel qu'au voisinage de chacun de ceux-ci, il existe, quel que soit A, un intervalle i contigu à P et donnant un nombre μ supérieur à Ai.

Soit A_n un nombre positif croissant indéfiniment avec n. Il existe dans ω un intervalle i_1 d'extrémités $\alpha_1\beta_1$ et dans i_1 un point ξ_1 où

$$|F(\xi_1)-F(\alpha_1)|>A_1 i_1>A_1|\xi_1-\alpha_1|.$$

A cause de la continuité de F, il existe un intervalle $\alpha'_1\alpha_1$ adjacent à i_1 et en

chaque point duquel on aura

$$|F(\xi_1) - F(x)| > A_1 |\xi_1 - x|.$$

Dans $\alpha'_1 \alpha_1$, intervalle situé dans ω et contenant des points de P, puisqu'il est adjacent à i_1, il existe un intervalle i_2 d'extrémités $\alpha_2 \beta_2$ et dans i_2 un point ξ_2 où

$$|F(\xi_2) - F(\alpha_2)| > A_2 i_2,$$

donc un intervalle $\alpha'_2 \alpha_2$ adjacent à i_2, situé dans ω, contenant des points de P, en chaque point duquel

$$|F(\xi_2) - F(x)| > A_2 |\xi_2 - x|.$$

En continuant ainsi, on détermine une suite d'intervalles $\alpha_n \alpha'_n$, chacun situé dans le précédent, chacun contenant des points de P et un point ξ_{n-1} intérieur à $\alpha_n \alpha'_n$ tels que, en tout point x de $\alpha_{n+1} \alpha'_{n+1}$, on a

$$|F(\xi_n) - F(x)| > A_n |\xi_n - x|.$$

Les intervalles $\alpha_{n+1} \alpha'_{n+1}$ tendent vers un point de P, situé dans eux tous et où, évidemment, la fonction F ne peut pas avoir une dérivée finie.

On prouverait même, sans aucune difficulté, l'impossibilité que deux nombres dérivés de F pour un même côté soient finis en tout point de P, si l'ensemble des points de divergence de la série w est dense sur P.

Le même genre de raisonnements conduit à l'énoncé suivant :

Considérons la fonction $\psi(x)$ nulle sur P *et égale, dans chaque intervalle contigu à* P, *à l'excès de* F *sur la fonction linéaire coïncidant avec* F *aux extrémités de ce même intervalle.* ψ *possède en tout point de deuxième espèce de* P *une dérivée nulle, et l'ensemble des points (extrémités d'intervalles contigus) où ψ a un nombre dérivé surpassant en valeur absolue $\varepsilon > 0$ est non dense sur* P.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur des transformations de fonctions qui font converger leurs séries de Fourier.* Note de M. **Jules Pál**, présentée par M. Émile Picard.

Soit $f(t)$ une fonction continue de période 2π. On sait que la série de Fourier de $f(t)$ peut être divergente aux points d'un ensemble partout dense ou bien qu'elle peut converger partout sans que la convergence soit

uniforme. Dans cet ordre d'idées, M. Fejér m'a proposé la question suivante : Existe-t-il une transformation biunivoque et continue de la variable, changeant la fonction dans une autre de même période 2π de sorte que cette nouvelle fonction admette une série de Fourier uniformément convergente? J'ai réussi à donner à cette question une réponse presque affirmative. Je vais en effet démontrer le théorème suivant :

Soit $f(t)$ une fonction continue de période 2π. Il existe alors une transformation biunivoque et continue $t=\mu(r)$, $r=\nu(t)$ avec $\mu(0)=\nu(0)=0$, $\mu(2\pi)=\nu(2\pi)=2\pi$ telle que la série de Fourier de $f[\mu(r)]$ converge uniformément dans chaque intervalle $(\rho_0, 2\pi-\rho_0)$, le nombre $\rho_0>0$ étant aussi petit qu'on veut.

Tout d'abord, je construis une courbe simple fermée (au sens de Jordan) $u=F(t)$, $v=G(t)$ comme il suit : pour $0\leqq t\leqq\pi$ soit $F(t)=f(2t)$, $G(t)=t$. On obtient un arc ouvert qu'on peut compléter par une courbe simple fermée, en posant par exemple

$$F(t)=F(\pi)+c(t-\pi),\qquad G(t)=\pi\qquad \text{pour } \pi\leqq t\leqq\frac{4}{3}\pi;$$

$$F(t)=F\left(\frac{4}{3}\pi\right),\qquad G(t)=5\pi-3t\qquad \text{pour } \frac{4}{3}\pi\leqq t\leqq\frac{5}{3}t;$$

enfin,

$$F(t)=F(0)+c(2\pi-t),\qquad G(t)=0\qquad \text{pour } \frac{5}{3}\pi<t\leqq 2\pi,$$

le nombre $c>0$ étant choisi assez grand pour que $F\left(\frac{4}{3}\pi\right)$ soit plus grand que $\max f(t)$. Or, la région entourée par la courbe que nous venons de définir, la courbe inclue, peut être représentée d'une manière biunivoque et continue sur le domaine circulaire $|z|\leqq 1$ et cela de telle sorte que la représentation soit conforme en tout point intérieur [1]. La fonction $\varphi(z)$ effectuant cette représentation est holomorphe pour $|z|<1$ et continue pour $|z|\leqq 1$. D'après un théorème de M. Fejér, la série de puissances

$$\varphi(z)=c_0+c_1z+c_2z^2+\ldots$$

est uniformément convergente, même sur le cercle $|z|=1$ [2].

Posons

$$\varphi(e^{i\vartheta})=\varphi_1(\vartheta)+i\,\varphi_2(\vartheta).$$

---

(1) Voir Carathéodory, *Mathem. Annal.*, t. LXXIII, 1913, p. 305.

(2) Voir Fejér, *Comptes rendus*, t. 156, 1913, p. 46.

La correspondance des paramètres t et ϑ est exprimée par $t = m(\vartheta)$. En choisissant convenablement les axes des coordonnées dans le plan du cercle, la fonction $m(\vartheta)$ sera toujours croissante, aura la période additive 2π; enfin, on aura aussi $m(0) = 0$.

La représentation des deux figures donne l'identité $F[m(\vartheta)] \equiv \varphi_1(\vartheta)$ et cette fonction sera représentée par sa série de Fourier, qui converge uniformément (*loc. cit.*, 2).

Soit maintenant $m(\vartheta_0) = \pi$, $0 < \vartheta_0 < 2\pi$. Pour les valeurs $0 \leqq \vartheta \leqq \vartheta_0$, on a $\varphi_1(\vartheta) \equiv F[m(\vartheta)] \equiv f[2m(\vartheta)]$. Par conséquent, la fonction $f[2m(\vartheta)] \equiv \psi(\vartheta)$ remplit, *uniformément pour les valeurs* $0 < \gamma \leqq \vartheta \leqq \vartheta_0 - \gamma$, la condition suivante (¹) :

Étant donné un nombre $\omega_0 > 0$, d'ailleurs quelconque, il existe deux nombres ε_0 et δ_0 tels qu'on a

$$\left| \int_0^{\varepsilon_0} [\psi(\vartheta + \alpha) + \psi(\vartheta - \alpha) - 2\psi(\vartheta)] \sin \frac{\alpha}{\delta} \frac{1}{\alpha} d\alpha \right| < \omega_0,$$

pour toutes les valeurs $0 < \delta < \delta_0$.

Posons enfin

$$\vartheta = \frac{\vartheta_0}{2\pi} r \quad \text{et} \quad 2m\left(\frac{\vartheta_0}{2\pi} r\right) = \mu(r).$$

Pour les valeurs $\frac{2\pi}{\vartheta_0}\gamma \leqq r \leqq 2\pi - \frac{2\pi}{\vartheta_0}\gamma$, la fonction $f[\mu(r)]$ remplit uniformément la condition citée au moment. Cette condition est suffisante pour que la série de Fourier soit uniformément convergente (*loc. cit.*, 3). Par suite, en posant $\gamma = \frac{\rho_0 \vartheta_0}{2\pi}$, le théorème est démontré.

D'ailleurs, la série de Fourier de $f[\mu(r)]$ converge aussi, d'après une remarque que je dois à M. F. Riesz, pour $r = 0$. L'intégrale

$$\int_0^{\varepsilon_0} [\psi(\alpha) + \psi(m\alpha) - 2\psi(0)] \sin \frac{\alpha}{\delta} \cdot \frac{1}{\alpha} d\alpha$$

est égale, en effet, à la somme

$$\int_0^{\varepsilon_0} [\varphi_1(\alpha) - \varphi_1(0)] \sin \frac{\alpha}{\delta} \cdot \frac{1}{\alpha} d\alpha + \int_{-\varepsilon_0}^{0} [\varphi_1(\vartheta_0 + \alpha) - \varphi_1(\vartheta_0)] \sin \frac{\alpha}{\delta} \cdot \frac{1}{\alpha} d\alpha.$$

et ces deux intégrales tendent vers zéro avec δ.

(¹) Voir par exemple Ch. de la Vallée Poussin, *Cours d'Analyse*, t. II, 1912, p. 145.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur quelques mesures dans l'espace fonctionnel.* Note de MM. **Ph. Frank** et **G. Pick**, présentée par M. Émile Picard.

Dans ce qui suit on considère des fonctions réelles d'une variable réelle, qui varie dans l'intervalle de 0 à 1. Les fonctions supposées positives et convexes (plus exactement non concaves), c'est-à-dire $x_1 < x_2 < x_3$ étant trois valeurs entre 0 et 1, et $\varphi(x)$ une de ces fonctions, on doit toujours avoir

$$\begin{vmatrix} 1 & x_1 & \varphi(x_1) \\ 1 & x_2 & \varphi(x_2) \\ 1 & x_3 & \varphi(x_3) \end{vmatrix} \leqq 0.$$

Les fonctions sont d'ailleurs supposées normées, c'est-à-dire qu'on a

$$\int_0^1 \varphi^2\,dx = 1.$$

Spécialement, il s'agira de telles fonctions monotones, soit croissantes, soit décroissantes, ou de fonctions symétriques relativement à la droite $x = \frac{1}{2}$.

La représentation de toutes ces fonctions comme points d'un espace fonctionnel [1] est fort utile. Dans un tel espace, les fonctions normées se trouvent sur la *sphère* du rayon 1 autour de l'origine. C'est la distance *sphérique* des deux fonctions φ, ψ (savoir le plus petit arc positif $\mathfrak{S}$ satisfaisant à l'équation

$$\cos \mathfrak{S} = \int_0^1 \varphi\psi\,dx\Big)$$

à laquelle s'appliquent les propositions suivantes :

I. La distance sphérique entre une fonction convexe normée quelconque et la fonction $\varphi = 1$ est tout au plus égale à $\frac{\pi}{6}$.

I *a*. La distance sphérique de deux fonctions positives convexes normées quelconques est tout au plus égale à $\frac{\pi}{3}$, et cette borne n'est atteinte que pour les fonctions $\varphi = x\sqrt{3}$, $\psi = (1 - x)\sqrt{3}$.

---

[1] Cf. Kowalewski, *Comptes rendus*, t. 151, 1910, p. 1338.

II. La distance sphérique entre une fonction positive convexe *croissante* (plus exactement non décroissante) normée et la fonction $\varphi = \frac{1 + x\sqrt{3}}{\sqrt{2+\sqrt{3}}}$ est tout au plus égale à $\frac{\pi}{12}$.

II*a*. La distance sphérique de deux fonctions positives convexes croissantes normées est tout au plus égale à $\frac{\pi}{6}$, et cette borne n'est atteinte que pour les fonctions $\varphi = x\sqrt{3}$, $\psi = 1$.

Les propositions II et II *a* valent aussi pour les fonctions décroissantes, et d'ailleurs pour les fonctions symétriques.

Pour démontrer ces propositions, on constatera d'abord les faits suivants. Le cosinus de la distance sphérique entre une fonction φ quelconque et la fonction $\psi = 1$ est donné par l'aire de la courbe $y = \varphi(x)$ au-dessus du segment π de l'axe des abscisses. La valeur de l'intégrale $\int_0^1 x\varphi dx$ est le moment statique de ladite aire relativement à l'axe des y. Le moment statique de ladite aire relativement à l'axe des x est égale à 2 à cause de la normalité.

S'il s'agit, par exemple, de la démonstration de II, on déterminera une fonction auxiliaire χ composée de deux pièces rectilignes, dont l'aire soit égale à l'aire de la fonction donnée φ, dont le moment statique relativement à l'axe des y soit inférieure ou tout au plus égale au moment de la fonction φ; problème qu'on résout facilement en considérant la situation des centres de gravité desdites aires. Alors la distance sphérique entre φ et $\psi = \frac{1 + x\sqrt{3}}{\sqrt{2+\sqrt{3}}}$ sera tout au plus égale à celle entre χ et ψ. Mais on peut démontrer, par des considérations élémentaires, que cette dernière distance ne peut surpasser la valeur $\frac{\pi}{2}$.

On peut faciliter les calculs, qui sont exigés dans les démonstrations dont un exemple vient d'être ébauché ici, en réfléchissant que trois fonctions normées, comme points de l'espace fonctionnel, constituent un triangle sphérique au sens commun du mot, dont les côtés sont les distances sphériques (définies plus haut) de ces fonctions, ainsi qu'on peut utiliser toutes les propositions et formules de la trigonométrie sphérique.

Remarquons finalement que les propositions annoncées ne sont que cas spéciaux d'un théorème plus général que nous indiquerons dans une autre occasion.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les zéros de la fonction $\zeta(s)$ de Riemann.* Note (¹) de MM. **H. Bohr** et **E. Landau**, présentée par M. J. Hadamard.

Dans le Tome XXXVII (1914) des *Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo*, nous déduisons d'un nouveau théorème général sur les séries de *Dirichlet* le fait suivant : Si $\chi(m)$ désigne un caractère (mod. k), le nombre $N(T)$ des zéros de la fonction

$$L(s) = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\chi(m)}{m^s}$$

situés dans le domaine $\sigma \geqq \frac{1}{2} + \delta$, $1 \leqq t \leqq T$ est, quel que soit δ fixe et positif, $O(T)$. Aujourd'hui nous allons, en utilisant des propriétés spéciales de $L(s)$, remplacer ce O par o.

Lemme I : *Soit* $0 < r < R$, $A > 0$. *Il existe un nombre* $K = K(r, R, A)$ *ayant la propriété suivante : Toute fonction* $F(z) = F(u + vi)$, *régulière pour* $|z| \leqq R$ *et telle que* $|F(0)| > A$, *n'a pas, pour* $|z| \leqq r$, *plus de* $K \iint\limits_{|z| \leqq R} |F(z) - 1|^2 \, du \, dv$ *zéros.*

Démonstration : Soit n le nombre des zéros appartenant au cercle $|z| \leqq r$ et $n > 0$. Alors il existe un nombre $K_1 = K_1(r, R) > 0$ tel que

$$\iint\limits_{|z| \leqq R} |F(z) - 1|^2 \, du \, dv > K_1 ;$$

car, z_0 désignant un des n zéros,

$$\iint\limits_{|z| \leqq R} |F(z) - 1|^2 \, du \, dv > \iint\limits_{|z - z_0| \leqq R - r} |F(z) - 1|^2 \, du \, dv$$
$$= \int_0^{R-r} \rho \, d\rho \int_0^{2\pi} |F(z_0 + \rho e^{\varphi i}) - 1|^2 \, d\varphi \geqq 2\pi \int_0^{R-r} \rho \, d\rho = K_1.$$

Il suffit donc de trouver $n_0 = n_0(r, R, A)$ et $K_2 = K_2(r, R, A)$ tels que, pour $n \geqq n_0$,

$$n < K_2 \iint\limits_{|z| \leqq R} |F(z) - 1|^2 \, du \, dv.$$

(¹) Présentée dans la séance du 22 décembre 1913.

Or, d'après l'inégalité connue de M. Jensen, pour $\frac{r+R}{2} \leqq \rho < R$,

$$n \log \frac{r+R}{2r} + \log A < \log \frac{\rho^n |F(0)|}{r^n} \leqq \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \log |F(\rho e^{\varphi i})| \, d\varphi$$

$$\leqq \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \log(1 + |F(\rho e^{\varphi i}) - 1|) \, d\varphi \leqq \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} |F(\rho e^{\varphi i}) - 1| \, d\varphi$$

$$\leqq \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} (1 + |F(\rho e^{\varphi i}) - 1|^2) \, d\varphi;$$

donc, pour $n \geqq n_0 = n_0(r, R, A)$,

$$\int_0^{2\pi} |F(\rho e^{\varphi i}) - 1|^2 \, d\varphi > n \log \frac{r+R}{2r},$$

$$\iint_{|z| \leqq R} |F(z) - 1|^2 \, du \, dv > n \log \frac{r+R}{2r} \int_{\frac{r+R}{2}}^{R} \rho \, d\rho = \frac{n}{K_2}.$$

Lemme II : *Soit la série* $f(s) = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{a_m}{m^s}$ *convergente pour* $\sigma > 0$, $0 < \delta < 1$ *et* $E > 1$. *Alors on a, uniformément pour* $\frac{1+\delta}{2} \leqq \alpha \leqq E$,

$$\lim_{T=\infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} |f(\alpha + ti)|^2 \, dt = \sum_{m=1} \frac{|a_m|^2}{m^{2\alpha}} \left(\leqq \sum_{m=1}^{\infty} \frac{|a_m|^2}{m^{1+\delta}} \right).$$

Démonstration : Pour α fixe, c'est un théorème connu de M. Schnee (*voir* p. 799 du *Handbuch* de Landau). Pour α variable, la méthode de M. Schnee conduit aussi aisément à notre énoncé, ce que nous détaillons en quelques lignes dans notre Note aux *Rendiconti* citée plus haut.

Démonstration de $N(T) = o(T)$: On peut supposer que le nombre positif donné δ est $< \frac{1}{2}$. Nous entendons par M un entier quelconque positif et nous posons, pour $\sigma > 1$,

$$L_M(s) = L(s) \prod_{p \leqq p_M} \left(1 - \frac{\chi(p)}{p^s}\right) = \prod_{p > p_M} \frac{1}{1 - \frac{\chi(p)}{p^s}},$$

fonction régulière dans tout le plan, sauf peut-être $s = 1$ et possédant, dans le demi-plan $\sigma > 0$, les mêmes zéros que $L(s)$. Posons encore

$$F_M(s) = (1 - 2^{1-s})(L_M(s) - 1) = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{a_m}{m^s},$$

série de Dirichlet convergente pour $\sigma > 0$. On a

$$a_m = 0 \quad \text{pour} \quad m < p_{M+1},$$
$$|a_m| \leqq 3 \quad \text{pour} \quad m \geqq p_{M+1}.$$

Choisissons $\sigma' = \sigma'(\delta) > 2$ tel que

$$R = R(\delta) = \sigma' - \left(\frac{1}{2} + \frac{\delta}{2}\right)$$

soit entier et que le cercle de centre

$$s_0 = \sigma' + \left(\tau + \frac{1}{2}\right)i$$

et passant par

$$\frac{1}{2} + \delta + \tau i \quad \text{et} \quad \frac{1}{2} + \delta + (\tau + 1)i$$

ne rencontre pas la droite $\sigma = \frac{1}{2} + \frac{\delta}{2}$. Soit $r = r(\delta)$ le rayon de ce cercle, inférieur à R. On a, d'après le lemme II, pour $T \geqq T_1 = T_1(M, \delta, k, \chi) > 1$,

$$\int_{\frac{1+\delta}{2}}^{\sigma'+R} d\sigma \int_{-T-\frac{1}{2}-R}^{T+\frac{1}{2}+R} |F_M(s)|^2\, dt \leqq 2R.3T \sum_{m=1}^{\infty} \frac{|a_m|^2}{m^{1+\delta}} \leqq 54RT \sum_{m=p_{M+1}}^{\infty} \frac{1}{m^{1+\delta}} = \eta_M T,$$

où, δ, k, χ étant fixes, $\eta_M = \eta(M, \delta)$ tend vers zéro pour $M = \infty$.

Construisons les cercles Γ_ν (ν entier) de rayon $\frac{1}{9}$ autour des zéros

$$z_\nu = 1 + \frac{2\nu\pi}{\log 2} i \quad \text{de} \quad 1 - 2^{1-s}.$$

Dans tout le reste du plan, on a évidemment

$$|1 - 2^{1-s}| > c.$$

où c est une constante absolue positive. Donc, pour le domaine D(T) constitué par le rectangle

$$\frac{1}{2} + \frac{\delta}{2} = \sigma' - R \leqq \sigma \leqq \sigma' + R, \qquad -T - \frac{1}{2} - R \leqq t \leqq T + \frac{1}{2} + R,$$

les cercles exclus,

$$\iint_{D(T)} |L_M(s) - 1|^2\, d\sigma\, dt \leqq \frac{\eta_M}{c^2} T.$$

Or, $L_M(s) - 1$ étant régulier dans les cercles Γ_ν avec $\nu \gtrless 0$, on a, ν parcou-

rant dans Σ' les entiers $\gtrless 0$ tels que l'ordonnée de z_ν fait partie de l'intervalle

$$-\mathrm{T}-1-\mathrm{R} \leqq t \leqq \mathrm{T}+1+\mathrm{R}.$$

$$\sum_{\nu}{}' \iint\limits_{|s-z_\nu| \leqq \frac{1}{9}} |\mathrm{L}_{\mathrm{M}}(s)-1|^2\, d\sigma\, dt \leqq \sum_{\nu}{}' \iint\limits_{\frac{1}{9} \leqq |s-z_\nu| \leqq \frac{2}{9}} |\mathrm{L}_{\mathrm{M}}(s)-1|^2\, d\sigma\, dt$$

$$\leqq \iint\limits_{\mathrm{D}(\mathrm{T}+1)} |\mathrm{L}_{\mathrm{M}}(s)-1|^2\, d\sigma\, dt \leqq \frac{\gamma_{\mathrm{M}}}{c^2}(\mathrm{T}+1).$$

Par suite, toujours pour $\mathrm{T} \geqq \mathrm{T}_1$,

$$\int_{\frac{1}{2}+\frac{\delta}{2}}^{\sigma'+\mathrm{R}} d\sigma \int_{1}^{\mathrm{T}+\frac{1}{2}+\mathrm{R}} |\mathrm{L}_{\mathrm{M}}(s)-1|^2\, dt \leqq \frac{\gamma_{\mathrm{M}}}{c^2}(2\mathrm{T}+1) \leqq \frac{3\gamma_{\mathrm{M}}}{c^2}\mathrm{T}.$$

Appliquons maintenant, pour $\tau > \mathrm{R}-\frac{1}{2}$, le lemme I à la fonction $\mathrm{F}(z) = \mathrm{L}_{\mathrm{M}}(s_0+z) = \mathrm{L}_{\mathrm{M}}\left(\sigma'+\left(\tau+\frac{1}{2}\right)i+z\right)$ et aux nombres r, R qui précèdent. Nous obtenons, à cause de

$$|\mathrm{F}(0)| = |\mathrm{L}_{\mathrm{M}}(s_0)| \geqq 1-\sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{n^2} = 2-\frac{\pi^2}{6} = \mathrm{A} > 0,$$

le résultat suivant : Le nombre des zéros de $\mathrm{L}_{\mathrm{M}}(s)$ dans le cercle $|s-s_0| \leqq r$, donc aussi le nombre des zéros de $\mathrm{L}_{\mathrm{M}}(s)$ dans le domaine

$$\sigma \geqq \frac{1}{2}+\delta, \qquad \tau \leqq t \leqq \tau+1$$

est

$$\leqq \mathrm{K}(r, \mathrm{R}, \mathrm{A}) \iint\limits_{|s-s_0| \leqq \mathrm{R}} |\mathrm{L}_{\mathrm{M}}(s)-1|^2\, d\sigma\, dt \leqq \mathrm{K}(r, \mathrm{R}, \mathrm{A}) \iint\limits_{\substack{\frac{1}{2}+\frac{\delta}{2} \leqq \sigma \leqq \sigma'+\mathrm{R} \\ \tau+\frac{1}{2}-\mathrm{R} \leqq t \leqq \tau+\frac{1}{2}+\mathrm{R}}} |\mathrm{L}_{\mathrm{M}}(s)-1|^2\, d\sigma\, dt.$$

Donc, pour $\mathrm{T} > \mathrm{R}+1$,

$$\mathrm{N}(\mathrm{T}) \leqq \mathrm{N}(\mathrm{R}+1) + \mathrm{K}(r, \mathrm{R}, \mathrm{A}) \sum_{\tau=\mathrm{R}+1}^{[\mathrm{T}]} \iint\limits_{\substack{\frac{1}{2}+\frac{\delta}{2} \leqq \sigma \leqq \sigma'+\mathrm{R} \\ \tau+\frac{1}{2}-\mathrm{R} \leqq t \leqq \tau+\frac{1}{2}+\mathrm{R}}} |\mathrm{L}_{\mathrm{M}}(s)-1|^2\, d\sigma\, dt$$

$$\leqq \mathrm{N}(\mathrm{R}+1) + \mathrm{K}(r, \mathrm{R}, \mathrm{A}).\, 2\mathrm{R} \iint\limits_{\substack{\frac{1}{2}+\frac{\delta}{2} \leqq \sigma \leqq \sigma'+\mathrm{R} \\ 1 \leqq t \leqq \mathrm{T}+\frac{1}{2}+\mathrm{R}}} |\mathrm{L}_{\mathrm{M}}(s)-1|^2\, d\sigma\, dt.$$

Par suite, pour $T \geqq R + 1 + T_1$,

$$N(T) \leqq N(R+1) + K(r, R, A)\frac{6\eta_M R}{c^2}T.$$

Donc

$$\limsup_{T=\infty} \frac{N(T)}{T} \leqq \frac{6RK(r, R, A)}{c^2}\eta_M.$$

Ceci est vrai pour tous les entiers $M > 0$; or, η_M tend, δ, k, χ fixes, vers zéro, pour $M = \infty$. Donc

$$\lim_{T=\infty} \frac{N(T)}{T} = 0,$$

ce qu'il fallait démontrer.

Corollaire. — *Pour tout $\delta > 0$, le nombre des racines de $\zeta(s)$ dans le domaine*

$$\sigma \geqq \frac{1}{2} + \delta, \qquad -T \leqq t \leqq T$$

est

$$o(T).$$

Donc le nombre des racines de $\zeta(s)$ dans le domaine

$$\frac{1}{2} - \delta \leqq \sigma \leqq \frac{1}{2} + \delta, \qquad -T \leqq t \leqq T$$

est

$$\frac{1}{\pi}T \,\mathrm{og}\, T - \frac{1 + \log 2\pi}{\pi}T + o(T).$$

CINÉMATIQUE. — *Sur un mouvement doublement décomposable.* Note de M. R. Bricard.

Dans une Note récente [1], M. G. Kœnigs a fait connaître un mouvement doublement décomposable relié au mécanisme de M. G.-T. Bennett. On peut faire dériver du même mécanisme un mouvement doublement décomposable d'une nature différente.

Traçons dans un plan un triangle ABC et une droite X, et soient α, β, γ les symétriques de A, B, C par rapport à X. Soit D′ un point quelconque de X. Construisons le tétraèdre ABCD, le sommet D étant tel qu'on ait

$$DA = B\gamma = C\beta, \qquad DB = C\alpha = A\gamma, \qquad DC = A\beta = B\alpha.$$

---

(1) *Comptes rendus*, t. 157, séance du 24 novembre 1913, p. 988.

On peut trouver sans ambiguïté des points A′, B′ et C′, respectivement dans les faces BCD, CAD, ABD, tels qu'on ait

$$(1)\quad \begin{cases} A'D = B'C = C'B = D'A = l, \\ A'C = B'D = C'A = D'B = m, \\ A'B = B'A = C'D = D'C = n. \end{cases}$$

On reconnaît que chacun des deux tétraèdres ABCD et A′B′C′D′ est inscrit et circonscrit à l'autre (configuration de Möbius). En outre, les égalités (1) montrent que AC′BD′, D′BA′C, CA′DB′, B′DC′A, AB′CD′, A′BC′D sont six parallélogrammes gauches. L'ensemble de la figure forme ce qu'on peut appeler un *parallélépipède gauche à trièdres aplatis*. Si l'on se donne les trois longueurs l, m, n, un tel parallélépipède dépend encore de trois paramètres arbitraires.

Il sera donc déformable, sa forme dépendant de deux paramètres, si l'on assujettit l'un quelconque des dièdres des six parallélogrammes gauches désignés plus haut à être de grandeur constante (j'appelle *dièdres d'un quadrilatère gauche* les dièdres dont l'un a pour arête l'un des côtés de ce quadrilatère, ses faces passant respectivement par les deux sommets qui ne sont pas sur ce côté). Or on sait, d'après le théorème de M. G.-T. Bennett, théorème que M. G. Kœnigs a aussi utilisé, que, si un parallélogramme gauche se déforme en ayant un dièdre de grandeur constante, tous ses autres dièdres restent aussi de grandeurs constantes. On en conclut qu'*un parallélépipède gauche à trièdres aplatis, d'arêtes données, est déformable avec deux paramètres, les dièdres de tous les parallélogrammes gauches qui le constituent étant de grandeurs constantes.*

Cela posé, soit a la perpendiculaire élevée en A au plan des trois droites AB′, AC′, AD′. Soient a', b, b', c, c', d, d' les droites analogues. Les droites a et c' définissent un corps invariable $\Sigma_{ac'}$. On peut de même considérer douze corps invariables, correspondant respectivement aux douze arêtes du parallélépipède gauche. En introduisant la terminologie et les notations de M. G. Kœnigs, $\boxed{\Sigma_{ac'}, \Sigma_{b'd}}$ et $\boxed{\Sigma_{b'd}, \Sigma_{a'c}}$ forment deux systèmes binaires, chacun à un paramètre, les deux paramètres étant indépendants; $\boxed{\Sigma_{a'c}, \Sigma_{a'c}}$ est donc un système binaire à deux paramètres. Dans la définition de ce système, on peut remplacer le corps intermédiaire $\Sigma_{b'd}$ par $\Sigma_{bd'}$, de sorte qu'on a bien défini un mouvement à deux paramètres doublement décomposable. Le même parallélépipède gauche permet de définir cinq autres mouvements de même nature.

Un tel mouvement peut, suivant l'importante remarque de M. G. Kœnigs,

servir à définir des surfaces sur lesquelles on peut tracer deux familles de courbes égales.

PHYSIQUE. — *Enregistrement graphique des radio-télégrammes.* Note de MM. **A. Tauleigne**, **F. Ducretet** et **E. Roger**, présentée par M. Bigourdan.

L'enregistrement graphique des signaux de télégraphie sans fil a été l'objet de nombreuses recherches, et plusieurs dispositifs ont été déjà proposés pour le réaliser ; il offre, en effet, des avantages incontestables, comme la conservation de la trace écrite des télégrammes et la facilité de leur lecture, pour les personnes peu entraînées à la lecture du son, surtout lorsque les signaux sont émis à grande vitesse.

La méthode primitive, basée sur le tube à limaille de M. Branly, employée exclusivement pendant les premières années, ne présente pas une assez grande sensibilité pour les grandes distances ; en outre, la nécessité du frappeur, pour décohérer la limaille, exige des organes compliqués, d'un réglage délicat et d'un fonctionnement souvent capricieux.

Les méthodes nouvelles employées actuellement, qui utilisent des détecteurs de grande sensibilité, et qui sont basés sur l'emploi de galvanomètres à miroir, avec inscription sur bande de papier photographique, comportent des appareils délicats et compliqués.

Le nouveau dispositif que nous présentons aujourd'hui a l'avantage d'employer des appareils robustes et d'un réglage facile, ce qui permet d'en généraliser l'emploi.

Il consiste dans la combinaison d'un détecteur électrolytique spécial et d'un relais polarisé.

Le détecteur employé est du type électrolytique, mais l'électrode positive à fil fin dépasse de plusieurs millimètres l'extrémité du tube de verre, et peut être immergé plus ou moins profondément dans le liquide au moyen d'un bouton de réglage.

Ce détecteur est introduit dans un circuit comprenant une pile de voltage convenable et les bobines d'électro-aimant du relais. Le niveau du liquide au contact de la pointe est immobilisé dans un tube capillaire pour le soustraire à l'action des trépidations ou du roulis.

Le relais est composé de deux aimants disposés parallèlement et recourbés; ils présentent des pôles de même nom aux extrémités en regard.

Chacune des extrémités polaires est munie d'une bobine parcourue par le courant, et l'enroulement est combiné de telle sorte que le courant agit

en sens inverse sur chacun des pôles en regard. Entre les pôles de même nom, oscille une plaque légère de fer doux, suspendue à une lame de ressort qui ferme en même temps le circuit magnétique entre les pôles de noms opposés d'un même aimant. Les quatre bobines combinent ainsi leur action pour agir dans le même sens, et produire la déviation du levier de contact; celui-ci ferme le circuit de la pile locale et ainsi actionne le récepteur Morse ou la sonnerie.

Au moment de l'établissement du courant dans le détecteur, l'électrode positive se polarise rapidement et le levier du relais, après avoir subi une déviation, se trouve aussitôt ramené contre sa butée.

L'onde électrique agissant sur le détecteur, produit une dépolarisation et, par suite, une augmentation de l'intensité du courant qui, agissant sur les lignes de force du champ magnétique du relais, change la position d'équilibre du levier de contact.

Le ressort antagoniste, en forme de lame mince, agissant par torsion, supprime l'inconvénient des pivots. La valeur assez grande de la self-induction des bobines, produit un amortissement des oscillations du levier qui assure la permanence du contact, malgré les variations d'intensité produites par la succession des étincelles du poste transmetteur, même dans le cas d'emploi d'étincelles rares. Les signaux obtenus ne diffèrent en rien de ceux qui sont produits dans la télégraphie ordinaire, et la grande mobilité et légèreté des organes en mouvement permet l'enregistrement correct des signaux les plus rapides.

Les résultats suivants ont été obtenus à l'aide de ce dispositif : enregistrement parfait des signaux de la Tour Eiffel à la distance de 175^{km}, avec une antenne de 12^{m} de longueur, placée à 12^{m} de hauteur au-dessus du sol.

A Dijon (275^{km}), avec antenne de 60^{m}, les signaux ont pu être inscrits très lisiblement sans que la self d'accord fût réglée au maximum d'efficacité.

D'autres essais vont être entrepris sur des distances plus considérables.

ÉLECTRICITÉ. — *Sur la résonance des harmoniques 3 des alternateurs triphasés.* Note de M. **Swyngedauw**, transmise par M. A. Blondel.

Le rôle des harmoniques 3 dans les surtensions par résonance en courant triphasé, a été signalé par M. A. Blondel [1] et M. Leblanc [2].

---

(1) *Bulletin de la Société des Électriciens*, 1905, p. 339.
(2) *Éclairage électrique*, t. XXI, p. 81.

Il y a lieu de distinguer plusieurs cas suivant que l'alternateur qui alimente directement le réseau a son point neutre isolé ou à la terre.

Lorsque le point neutre est isolé et la ligne ouverte, les trois câbles forment un conducteur isolé pour lequel la charge statique totale est nulle. On a une représentation schématique approchée des phénomènes en supposant la capacité C″ des enroulements de l'alternateur localisée à l'étoile du générateur, celle des câbles C′, localisés à l'extrémité du câble.

L'armature isolée du condensateur de capacité C″ est jointe à l'armature isolée du condensateur de capacité C′ par l'intermédiaire de l'enroulement, siège de la force électromotrice e de l'alternateur. On supposera une résistance ohmique r et une self-inductance $\mathcal{L}$ égale respectivement à la somme de celles de la ligne et de l'alternateur.

La capacité C″ des enroulements de l'alternateur est supposé à un potentiel uniforme, celui U″ de l'étoile [1].

Si l'on écrit que les puissances active et réactive, mises en œuvre par la force électromotrice, se retrouvent dans le circuit et dans les milieux ambiants influencés par le courant, il vient :

$$\text{(1)} \qquad EI\cos\psi = rI^2 + H + \Phi + D + D',$$

$$\text{(2)} \qquad EI\sin\psi = \mathcal{L}\omega I^2 - C'\omega U'^2 - C''\omega U''^2;$$

E valeur efficace de la force électromotrice de l'alternateur;
I le courant efficace qui circule dans la ligne et l'enroulement;
ω vitesse de pulsation de l'harmonique;
H, Φ, D, D′ représentent les pertes par hystérésis magnétique, courants de Foucault, hystérésis diélectrique dans les isolants du câble de l'alternateur.

On a, d'autre part,

$$\text{(3)} \qquad I = C'\omega U' = C''\omega U''.$$

Les divers termes du deuxième membre de (1) sont proportionnels à I^2 au moins d'une façon approchée.

En supprimant le facteur commun I, et grâce à (3), (1) et (2) peuvent s'écrire

$$E\cos\psi = RC'\omega U',$$

$$E\sin\psi = \left[\mathcal{L}C\omega^2 - \left(1 + \frac{C'}{C''}\right)\right]U';$$

(1) Rigoureusement il faudrait introduire une tension par rapport au sol comprise entre U″ et U′, mais nous avons seulement en vue le cas d'une forte surtension; l'approximation que nous obtiendrons sera suffisante.

d'où

$$U' = \frac{E}{\sqrt{R^2 C'^2 \omega^2 + \left[\mathfrak{L} C' \omega^2 - \left(1 + \frac{C'}{C''}\right)\right]^2}},$$

R étant la résistance équivalente pour l'harmonique 3 considéré. La condition de résonance devient

(4) $$\mathfrak{L} C' \omega^2 = 1 + \frac{C'}{C''}.$$

1° *Lorsque l'alternateur a son point neutre à la masse*, tout se passe comme si C″ avait une valeur infinie et la condition (4) devient

$$\mathfrak{L} C' \omega^2 = 1.$$

Or les courants créés par l'harmonique 3 dans les trois lignes triphasées sont synchrones, ce qui augmente considérablement l'inductance des lignes. D'après des mesures faites par Lichtenstein sur des câbles armés de fils de fer, elle serait de l'ordre de 4,5 à 7,5 millihenrys par kilomètre; d'après des mesures faites par moi-même sur des câbles armés de fer feuillard, elle serait de l'ordre de 0,045 millihenry par kilomètre.

Si les récepteurs sont isolés, la résonance du premier harmonique 3 est possible, grâce à cette grande inductance, pour une longueur d'une vingtaine de kilomètres armés, et le facteur de surtension peut atteindre plusieurs dizaines d'unités. On s'explique ainsi les surtensions considérables causées par résonance de l'harmonique 3, notamment sur le réseau de Berlin. Même lorsque les récepteurs connectés aux lignes sont associés en triangle, le danger n'est pas supprimé.

2° *Lorsque les récepteurs sont associés en étoile dont le point neutre est connecté à la masse*, tout se passe comme si l'on shuntait la capacité de la ligne par une réactance, dont la valeur varie avec la puissance du récepteur et la tension de la distribution.

On supprime le danger de résonance si la self qui shunte ainsi la ligne exige un courant réactif efficace de valeur sensiblement égale ou supérieure à celui demandé par la capacité de la ligne.

Dans beaucoup de cas, en moyenne tension, surtout en mettant également l'étoile des récepteurs à la terre, on supprime entièrement les accidents (¹); dans d'autres cas (haute tension et grande puissance), il se pourra que le danger ne soit pas écarté.

(¹) C'est ce qui s'est présenté notamment à Marseille (*voir* Blondel, *loc. cit.*).

3° *Lorsque l'alternateur et le récepteur ont leur étoile isolée*, la condition de résonance (4) peut s'écrire

$$\mathcal{L} C'' \omega^2 = 1 + \frac{C''}{C'} = \text{sensibl. } 1, \tag{5}$$

car C″ est une faible fraction de l'unité.

Par suite, si la résonance de l'harmonique 3 peut se produire avec une longueur de câbles de 20^{km} environ quand l'étoile du générateur est connecté à la masse, il faudrait, pour la produire dans le cas contraire, des centaines de kilomètres de câbles. *Avec la longueur et les capacités de câbles des réseaux actuels, la résonance des harmoniques 3 est pratiquement impossible, si l'étoile de la génératrice est isolée.*

CHIMIE PHYSIQUE. — *Expression des vitesses de transformation des systèmes physico-chimiques en fonction de l'affinité.* Note de M. **R. Marcelin**, présentée par M. G. Lippmann.

I. Dans une Note précédente [1], j'ai indiqué que les formules qui traduisent les résultats empiriques de la dynamique physico-chimique peuvent se ramener à une forme unique. Pour obtenir ce résultat, il suffit de mettre en évidence dans chacune d'elles les affinités des substances en présence.

L'expression synthétique ainsi obtenue traduit brutalement l'expérience; nous allons maintenant, pour en pénétrer le sens, l'établir par une méthode toute différente : nous allons montrer qu'*elle se présente comme une conséquence très directe de la règle de distribution énoncée en théorie cinétique par Boltzmann et Gibbs.*

II. *Règle de Boltzmann-Gibbs.* — La règle de Boltzmann-Gibbs n'est somme toute qu'une généralisation de la loi de distribution de Maxwell. Résumons-la.

Dans un système de molécules, une molécule quelconque aussi complexe qu'on veut, d'ailleurs, pourra se caractériser :

1° En ce qui concerne sa position et sa configuration, par ses coordonnées généralisées (au sens de Lagrange) $q_1, q_2, \ldots, q_n$.

2° En ce qui concerne son mouvement, par les *moments* $p_1, p_2, \ldots, p_n$.

---

[1] *Comptes rendus*, séance du 15 décembre 1913.

Il est commode de représenter l'état d'une molécule par un point dans l'espace à $2n$ dimensions, chaque dimension correspondant à une coordonnée ou à un moment. Dans cet espace la distribution de toutes les molécules autour de l'état moyen rappellera un peu l'aspect d'un essaim d'abeilles bourdonnant autour de la reine (molécule dans l'état moyen).

Nous voulons savoir combien de molécules ont, à un instant quelconque, des coordonnées et des moments compris entre les limites

$$q_1 \text{ et } q_1 + dq_1, \quad \ldots, \quad q_n \text{ et } q_n + dq_n,$$
$$p_1 \text{ et } p_1 + dp_1, \quad \ldots, \quad p_n \text{ et } p_n + dp_n;$$

ou, ce qui revient au même, nous voulons connaître le nombre dv de molécules qui se trouvent dans un petit volume dw situé dans l'espace à $2n$ dimensions autour d'un point de coordonnées $q_1, q_2, \ldots, q_n, p_1, \ldots, p_n$. La règle de Boltzmann-Gibbs nous donne

$$dv = \exp.\left(-\frac{A}{RT} - \frac{\mu\varepsilon}{RT}\right) dw \qquad \text{avec} \qquad dw = dq_1, dq_2, \ldots, dq_n,$$

R désigne la constante des gaz, μ le nombre de molécules par molécule-gramme, T la température absolue, ε l'énergie d'une molécule de coordonnées et moments $q_1, \ldots, q_n, p_1, \ldots, p_n$ et représente l'affinité d'une molécule-gramme du corps étudié; *c'est donc, comme la température, une grandeur qui ne dépend que de l'état global du système* (pour un corps unique l'affinité mesure la variation d'énergie utilisable qui se produit quand on extrait isothermiquement et réversiblement du système une molécule-gramme pour l'amener ensuite à un état arbitrairement choisi; elle n'est déterminée qu'à une constante près).

III. *Mouvement des points représentatifs dans l'espace à 2n dimensions.* — Divisons l'espace représentatif en deux par une surface S et demandons-nous quel est le nombre de molécules qui le traverseront dans un sens donné pendant le temps très petit dt. En raisonnant comme on le fait en Hydrodynamique, Gibbs trouve [1]

$$du = dt \,\text{ep}.\left(-\frac{A}{RT}\right)\int_S \exp.\left(-\frac{\mu\varepsilon}{RT}\right)\Sigma q_1, dq_2, \ldots, dq_n, dp_1, \ldots, dp_n,$$

le signe Σ s'étendant à toutes les dérivées par rapport au temps $q_1, q_2, \ldots$

(1) Gibbs, *Elementary principles in statistical mechanics*, p. 7.

$p_1, \ldots, p_n$. Nous orthographierons l'intégrale M et remarquerons qu'*elle est déterminée en même temps que la température et la position de la surface* S. Il vient alors

$$du = dt\, \mathrm{M} \exp.\left(-\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{RT}}\right).$$

IV. *Vitesse de transformation en fonction de l'affinité.* — L'idée générale de la démonstration qui sera développée autre part est la suivante : Un complexe physico-chimique en voie de transformation est constitué par deux systèmes qui évoluent en sens inverse : le système régressif I dont la masse augmente, le système progressif II dont la masse diminue. Une molécule ne passera d'un système antagoniste à l'autre que si elle parvient à un état exceptionnel, que si elle atteint dans l'espace représentatif une *surface critique* S éloignée du centre de l'essaim.

On aura, par suite, pour la *vitesse globale* de transformation,

$$v = \mathrm{M}_1 \exp.\left(-\frac{\mathrm{A}_1}{\mathrm{RT}}\right) - \mathrm{M}_2 \exp.\left(-\frac{\mathrm{A}_2}{\mathrm{RT}}\right).$$

Les affinités étant égales lorsque l'équilibre est atteint ($v = \mathrm{D}$), on a

$$\mathrm{M}_1 = \mathrm{M}_2.$$

D'où

$$v = \mathrm{M}_1 \left[\exp.\left(-\frac{\mathrm{A}_1}{\mathrm{RT}}\right) - \exp.\left(-\frac{\mathrm{A}_2}{\mathrm{RT}}\right)\right].$$

C'est la formule trouvée par une autre voie dans ma dernière Note.

V. *Discussion.* — La démonstration précédente suppose que la répartition de Boltzmann-Gibbs reste réalisée en dépit de la transformation qui se poursuit; cela est vrai si la surface critique est très éloignée du point qui représente l'état moyen et n'est franchi à chaque instant que par un nombre relativement très petit de molécules. Ainsi, on pourra considérer comme exacts les raisonnements qui précèdent dans tous les cas où la transformation qu'on étudie s'effectue dans un temps très long par rapport à celui que demande l'établissement du régime de Boltzmann-Gibbs. Ce dernier intervalle est toujours très court (conséquence de la Mécanique statistique), par suite notre démonstration conserve sa valeur chaque fois qu'il s'agit de l'étude d'une transformation se faisant avec une vitesse mesurable.

ÉLECTROCHIMIE. — *Sur le nickelage de l'aluminium.*
Note de MM. **J. Canac** et **E. Tassilly**, présentée par M. H. Le Chatelier.

La présente Communication a pour objet un procédé permettant d'obtenir sur l'aluminium un dépôt adhérent de nickel.

Le décapage de l'aluminium comporte les opérations suivantes : passage dans un bain de potasse à l'ébullition, suivi de brossage avec un lait de chaux et trempage pendant quelques minutes dans un bain de cyanure de potassium à 2 pour 1000.

Après passage dans chaque bain, la pièce est lavée à grande eau.

Le métal subit ensuite l'action d'un bain chlorhydrique ferrugineux formé de 500^g d'acide chlorhydrique, 500^{cm^3} d'eau et 1^g de fer, jusqu'à ce qu'il prenne un aspect particulier rappelant le moiré métallique.

Après un dernier lavage à l'eau, la pièce est prête à recevoir le dépôt de nickel par voie électrolytique. A ce sujet l'expérience a montré que le chlorure donne de meilleurs résultats que le sulfate.

Le métal, résultant de ce traitement, se présente sous un aspect blanc mat devenant brillant par le polissage au grattebosse.

L'adhérence du dépôt de nickel sur l'aluminium est très remarquable. On peut marteler ou plier les plaques sans qu'il se forme de craquelures, et c'est seulement par cassure de l'aluminium que celui-ci est mis à nu. Quand on parvient à soulever la couche de nickel, l'arrachement, rapidement limité, ne peut s'effectuer que si l'on exerce un effort appréciable.

L'aluminium nickelé supporte le chauffage jusqu'à la température de fusion de l'aluminium sans que le nickel se sépare.

Il semblerait que par suite de l'état spécial dans lequel se trouve l'aluminium en sortant du bain chlorhydrique ferrugineux, le nickel se fixe sur lui, dans des conditions particulièrement favorables au point de vue de l'adhérence. Il n'en est pas de même si l'on emploie simplement de l'acide chlorhydrique, dans les mêmes conditions de dilution.

Il est assez difficile de donner la théorie du procédé. L'influence d'un dépôt intermédiaire de fer n'est guère admissible. En effet, en comparant à la balance magnétique de Curie et Chéneveau, de l'aluminium décapé à la potasse et de l'aluminium traité ensuite par l'acide chlorhydrique ferrugineux, on trouve 1,4 pour le rapport des susceptibilités magnétiques χ_2 et χ_1.

Cet instrument étant très sensible, la dose de fer ainsi accusée est forcément minime.

Pour s'en convaincre, on a évalué cette petite quantité de fer en employant le spectrophotomètre de M. Ch. Féry suivant la méthode indiquée antérieurement par l'un de nous ([1]), et il résulte des essais effectués que la quantité de fer répartie sur l'aluminium oscille entre $0^g,25$ et $0^g,50$ par mètre carré.

Si maintenant on examine au microscope de M. H. Le Chatelier le métal décapé à l'acide chlorhydrique ferrugineux, on constate (*fig.* 1) à la surface

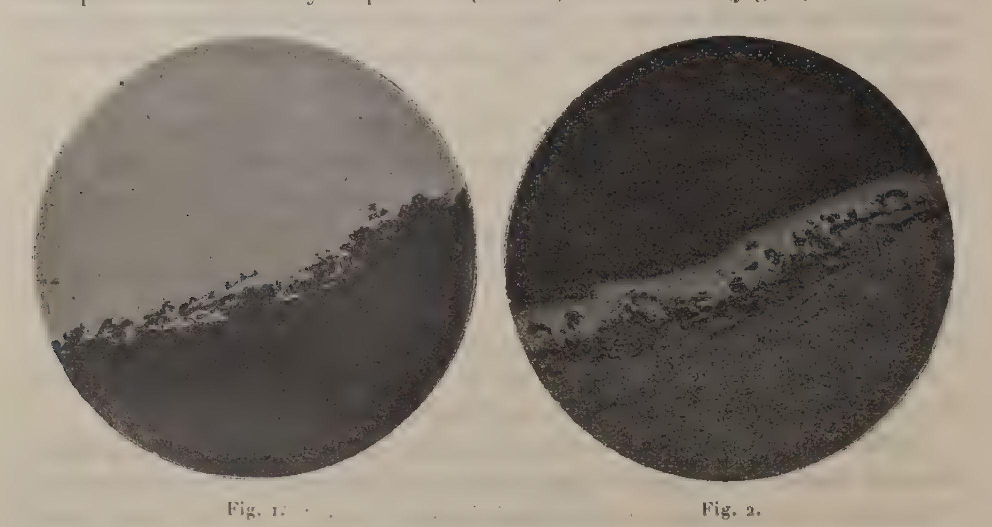


Fig. 1. Fig. 2.

l'existence de cellules dans lesquelles vient se fixer le nickel au cours de l'électrolyse (*fig.* 2).

Il semble que le fer, en formant un *réseau* à la surface de l'aluminium, donne naissance à une multitude de couples favorisant l'attaque par l'acide chlorhydrique, celle-ci s'exerçant énergiquement mais irrégulièrement. Il en résulte cet aspect particulier de la surface de l'aluminium entraînant l'aptitude à fixer les dépôts galvaniques.

Quoi qu'il en soit l'aluminium nickelé, après avoir subi ce mode particulier de décapage, ne s'altère pas à l'air humide; il résiste bien à l'action des réactifs chimiques : soude diluée, acide acétique cristallisable, sel marin en solution concentrée, appliquées à froid et même à chaud.

([1]) *Bull. Soc. chim.*, 4e série, t. XIII, 1913, p. 34.

Au point de vue du transport de l'énergie électrique, on a constaté pour l'aluminium nickelé un abaissement du coefficient de dilatation.

Quant à l'effet Kelvin, il est nul. La mesure de la différence de potentiel, entre deux points reliés par un fil d'aluminium nickelé traversé par un courant d'intensité constante n'a pas accusé de variation quand on passe du courant continu au courant alternatif.

En résumé, le procédé que nous venons de décrire permet de nickeler l'aluminium dans des conditions très satisfaisantes, au point de vue des emplois ultérieurs de ce métal.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur le point de fusion de l'arsenic.* Note de M. **R. Goubau**, présentée par M. Charles Moureu.

L'arsenic est, parmi les éléments usuels, l'un des rares dont le point de fusion n'est pas encore fixé. Cela provient de ce que la détermination de ce point se trouve entourée de grandes difficultés expérimentales, par suite de l'énorme tension de vapeur que possède l'arsenic, même à l'état solide.

Déjà, en 1859, Landolt constata que l'arsenic fond au rouge sous pression, et, vers la même époque, Mallet établit que le point de fusion se trouve situé entre celui de l'argent (961°,5 C.) et celui de l'antimoine (630° C.). Depuis lors, aucune détermination plus précise n'a été faite. Grâce aux perfectionnements apportés dans ces dernières années à la technique de l'analyse thermique, je suis parvenu à fixer ce point avec grande précision. Mes premiers essais furent faits dans des tubes en verre dur d'Iéna, protégés par une gaine de cuivre; mais comme vers 750° C. ces tubes faisaient explosion, je dus utiliser des appareils de quartz fondu, et je m'arrêtai au dispositif suivant :

Dans un ballon en quartz fondu à parois épaisses, de 25^{cm^3}, muni d'un col long et étroit, et rempli d'un gaz inerte, on introduit de la poudre d'arsenic fraîchement sublimé. On fait descendre jusqu'au fond du ballon l'extrémité fermée d'un tube de quartz destiné à recevoir le couple thermo-électrique. Le ballon est rempli complètement, y compris l'espace annulaire étroit séparant le tube du pyromètre du col du ballon. Autour de la moitié supérieure du col, on glisse un serpentin de plomb dans lequel peut circuler un rapide courant d'eau froide. Le ballon est alors noyé, jusqu'à mi-hauteur du col, dans du sable sec contenu dans un grand creuset de graphite. Le tout est chauffé lentement dans un grand four à gaz Roessler. La marche

du thermomètre plongé dans l'arsenic est suivie à l'aide d'un galvanomètre enregistreur.

Les vapeurs d'arsenic qui se produisent dès le début de la chauffe chassent devant elles le gaz inerte et viennent se condenser sous le serpentin de plomb, où elles forment une fermeture parfaitement étanche et très résistante. L'arsenic qui sert à faire l'essai se trouve également débarrassé des traces d'impuretés volatiles qu'il pourrait contenir (As^2S^3, As^2O^3, humidité, etc.).

La marche du thermomètre est très régulière jusqu'à 817° C. A cette température apparaît un palier très net. Si l'on continue à chauffer, il se produit vers 900° une explosion violente. Si l'on se contente d'amener la température à 850° C. et qu'on laisse refroidir, on constate une notable surfusion (50° C. environ). Le culot d'arsenic fondu qu'on obtient est cristallisé, à lamelles cristallines superposées.

On peut conclure de ces essais que l'arsenic fond à 817° C., et que longtemps avant de fondre il possède déjà une forte tension de vapeur.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur la phototropie des systèmes inorganiques.* Note de M. **José Rodriguez Mourelo**, présentée par M. Charles Moureu.

Généralement on attache la propriété de changer de couleur, sous l'influence de la lumière, à des systèmes assez compliqués; et c'est précisément dans une de ces combinaisons que Marckwald a découvert l'intéressant phénomène de la phototropie, dont les types les plus caractéristiques sont les substances que Stobbe a nommées *fulgides*.

On sait que les matières organiques susceptibles de présenter ce phénomène peuvent changer leur couleur d'une manière permanente, et elles forment la classe des phototropiques irréversibles; ce sont des corps altérables à la lumière et le changement de la couleur implique des transformations d'ordre chimique du système : on peut dire que la phototropie irréversible est un phénomène de transformation chimique moléculaire. Au contraire, on a observé le cas de la phototropie réversible dans certains systèmes organiques, dont la couleur change au moment où on les soumet à une illumination directe et intense, et retourne à la nuance primitive aussitôt que l'action directe et intense de la lumière a cessé. A mon avis, la phototropie réversible est un phénomène de l'ordre de la fluorescence. Il y a encore la phototropie pseudo-réversible, plus compliquée et aussi assez fréquente, que Stobbe a si bien étudiée.

Après l'observation des premiers phénomènes de la phototropie, il a été question de se rendre compte de leur mécanisme et de bien les expliquer. Nombre de théories ont été exposées, dont le fondement commun consiste à assimiler la phototropie à la phosphorescence (plutôt, selon moi, à la fluorescence), et, en partant du fait que la phototropie est un phénomène propre seulement aux systèmes solides, on veut la considérer comme un phénomène de métastase ou bien l'attribuer à des changements stéréométriques intramoléculaires, sinon à des variations polymorphiques, ou bien, selon Senier, qui a étudié la phototropie des salicylidène-amines, à des arrangements isomériques des molécules gazeuses ordinaires en agrégats solides. Cet auteur a signalé aussi un problème important de la phototropie, qui sert à la distinguer nettement de la phosphorescence; dans les substances qui présentent ce phénomène, nous voyons l'énergie lumineuse absorbée se transformer en la lumière de phosphorescence; mais nous ignorons tout à fait la forme de transformation de l'énergie dans le cas de la phototropie réversible, lorsque l'état initial et l'état final du système phototropique sont les mêmes.

On sait qu'après la découverte de la phototropie des composés organiques faite en 1899 par Marckwald (chlorhydrate anhydre de quino-quinoline, β-tétrahydro-α-cétonaphtalène), de nombreuses recherches ont été faites sur une si intéressante partie de la photochimie, et toutes les expériences ont été conduites en vue d'étudier seulement des systèmes organiques compliqués, presque toujours des agrégats en certain sens métastables. La préférence a été donnée à la phototropie irréversible, par exemple à la si notable série des fulgides de Stobbe. Jusqu'à présent, je n'ai pas trouvé des recherches faites sur des systèmes inorganiques phototropiques, malgré que j'aie indiqué leur existence il y a quelques années, et peu après la découverte de Marckwald ([1]).

Maintes fois, en étudiant la phosphorescence des sulfures métalliques, surtout des sulfures de calcium, j'ai observé que sa couleur blanche devient d'abord rosée et peu après violacée, bien définie et déterminée, aussitôt qu'on les expose à la lumière directe et intense du jour, avec ou sans insolation. Le phénomène se produit en quelques instants, et le sulfure revient à sa couleur primitive quand on le met à la lumière diffuse. Encore j'ai observé que le phénomène du changement de la couleur n'est pas incompatible avec la phosphorescence; bien au contraire, il y a des systèmes qui présentent les deux phénomènes au plus haut degré d'intensité et ils sont, à la fois, très phosphorescents et très phototropiques. D'autre part, les deux propriétés sont assez permanentes; on en peut faire l'observation sur des sulfures de calcium, préparés il y a seize années, qui n'ont pas changé de

---

([1]) *Ann. Soc. Esp. de Fis. y Quim.*, t. I, 1903, p. 346, et t. III, 1905, p. 40; *Arch. des Sciences phys. et nat. de Genève*, 4e période, t. XXV, 1908, p. 15; *Rev. de la Real Academia de Ciencias de Madrid*, t. VII, février 1909.

leur intensité. Il existe une indépendance absolue entre les deux phénomènes, puisqu'il y a des sulfures de calcium qui sont phosphorescents et non pas phototropiques, et que d'autres sont, au contraire, seulement phototropiques sans phosphorescence. De même, il n'existe pas de relation entre l'intensité des deux phénomènes. Les radiations les plus efficaces à les provoquer sont les radiations violettes du spectre, tant dans le cas de la phosphorescence que dans le cas de la phototropie. Il y a une limite de température, encore mal déterminée, bien inférieure cependant à la température de décomposition du sulfure, à laquelle les deux propriétés disparaissent; mais il semble que la phototropie est la plus résistante, et elle subsiste encore, bien qu'atténuée, quand la phosphorescence est totalement disparue.

Une fois démontrée l'existence de la phototropie réversible dans un système inorganique, tel que le sulfure de calcium, phosphorescent ou non, il y a toute une série de problèmes à résoudre : c'est d'abord l'influence respective du diluant et du phosphorogène qui forment le système; à cet égard, voici les conclusions déduites de mes expériences :

Le diluant ne paraît pas avoir de l'influence sur la phototropie, puisque j'ai préparé nombre de sulfures de calcium qui ne sont pas phototropiques, et qui sont cependant très phosphorescents. En outre, j'ai obtenu des sulfures phototropiques, aux intensités variables, en employant différents procédés, dont le diluant a été le sulfure de strontium. Le sulfure de baryum n'a pas encore été essayé.

Quant au phosphorogène, je dois bien établir le fait que tous les sulfures de calcium, doués de la phototropie, que j'ai primitivement étudiés, contiennent sans exception du manganèse, parfois en très petites quantités (des fractions de milligramme), et tous les autres sulfures, soit de calcium, soit de strontium, que j'ai préparés ensuite et qui sont phototropiques, contiennent aussi du manganèse; la proportion maxima du métal a été de 1^{mg} pour 100, à l'état de chlorure ou de sulfate manganeux, l'un et l'autre anhydres; d'où il résulte, au moins dans les expériences que j'ai faites jusqu'à présent, que le manganèse a joué le double rôle de phosphorogène et de phototrope.

Sans préjuger pour l'instant le mécanisme de l'action du manganèse, qui agit, peut-être, comme catalyseur photochimique, il importe d'établir l'existence des systèmes inorganiques doués de la phototropie réversible et persistante, qui, à l'égal de la phosphorescence, est excitée par les radiations violettes et éteinte par les radiations rouges. Ce fait doit au phénomène un

certain caractère chimique. Les systèmes phototropiques inorganiques sont assez compliqués, et l'on peut les assimiler à des solutions solides, dans lesquelles une très petite quantité de matière active est diluée dans une grande quantité du dissolvant. Peut-être que la loi de l'optimum de la phosphorescence trouvera une nouvelle et plus générale application, si l'on arrive à bien déterminer le rôle quantitatif du manganèse ou de quelqu'autre corps constituant du système phototrope. De toutes manières, si nous trouvons certaines analogies dans le mécanisme des deux phénomènes, l'indépendance entre la phosphorescence et la phototropie des systèmes inorganiques reste établie.

Je poursuis ces recherches au point de vue quantitatif.

DYNAMIQUE CHIMIQUE. — *Les déflagrations en régime permanent dans les milieux conducteurs.* Note de M. L. **Crussard**, présentée par M. L. Lecornu.

1. Dans une Note aux *Comptes rendus* (t. 156, p. 872), M. Jouguet a posé les équations des déflagrations permanentes en milieu conducteur. La présente Note a pour but de montrer qu'on peut écrire directement une intégrale première de l'équation de conductibilité dont la considération simplifie notablement toutes les recherches.

2. *Intégrale première de l'équation de conductibilité.* — J'adopterai les mêmes notations que dans la Note précitée; on pourra écrire les équations de continuité (1), de pressions (2), de compressibilité (5), de combustion (3). Reste l'équation de conductibilité; en écrivant la conservation de l'énergie pour la masse comprise, à l'instant t, entre la tranche $-\infty$ et la tranche x, cette équation s'écrit

$$(4') \qquad k\frac{dT}{dx} = mH,$$

H désignant la fonction $\frac{p_0 + p}{2}(v - v_0) + \varepsilon$ (énergie interne) $- \varepsilon_0$, qu'on rencontre, avec Rankine et Hugoniot, dans tous les problèmes de régime permanent; il va de soi qu'elle est calculable en tout point.

3. *Application au problème de Rankine.* — Le problème d'écoulement permanent d'un fluide non visqueux *sans variable chimique* trouve sa solution immédiate dans l'équation (4'); en exprimant H en fonction de T (ce

qui est toujours possible), on en déduit en effet

$$x = \int_{T_0}^{T} \frac{k\,dT}{mH}.$$

On voit aisément, d'après cela, que les propagations présentent une limite supérieure de célérité, même dans les gaz non parfaits, et que cette limite supérieure correspond à la vitesse newtonnienne du son dans le milieu aval.

4. *Conditions aux limites.* — Revenons au cas général, où il y a combustion. La forme (4') donnée à l'équation de conductibilité permet d'écrire plus simplement les conditions (6) de la Note précitée. Pour $x = \pm\infty$, on a $H = 0$, donc $\frac{dT}{dx}$ s'annule de lui-même; de même pour $x = 0$ on réalise automatiquement l'égalité des $\frac{dT}{dx}$ du côté positif et négatif. Les conditions (6) se réduisent donc à :

Pour $x = -\infty$:

$$v_1 = v_0, \qquad T_1 = T_0;$$

Pour $x = 0$:

$$T_1 = T_2 = \tau, \qquad v_2 = v_1, \qquad \alpha_2 = 0, \qquad u_2 = u_1;$$

Pour $x = +\infty$:

$$H(p, v, \alpha) = 0 \qquad \text{et} \qquad \frac{D\alpha}{Dt} = F(v, \alpha, T) = 0,$$

ce qui détermine l'état final en fonction de m [1]. En particulier la température finale θ et la valeur finale A de la variable chimique sont déterminées.

5. *Loi de la combustion.* — Exprimant par (1), (2), (5), p et v en fonction de α et T, il ne subsiste en définitive que l'équation de combustion

$$(3) \qquad \frac{D\alpha}{Dt} \qquad \text{ou} \qquad mv\frac{d\alpha}{dx} = F(v, \alpha, T),$$

et (4'). On en déduit notamment la *loi de combustion* (relation entre α et T) :

$$(7) \qquad \frac{d\alpha}{dT} = \frac{k}{m^2}\frac{F}{vH}.$$

---

[1] Conformément à la remarque de Lord Rayleigh, cet état final obéit, comme une compression brusque, à la loi de Rankine-Hugoniot : $H = 0$.

Et, en écrivant que

$$\text{pour } \alpha = 0, \qquad T = \tau;$$
$$\text{pour } \alpha = A, \qquad T = \theta,$$

on aura la relation donnant m et, partant, la vitesse de la flamme.

6. *Résolution du problème des limites d'inflammabilité.* — La considération de la loi de combustion (7) permet notamment de résoudre complètement en principe le problème des limites d'inflammabilité. Quand le gaz atteint la température τ, il faut que $\frac{d\alpha}{dT}$ soit inférieure à une certaine limite $\frac{1}{\lambda}$ (1). L'équation (7) donne alors

$$m^2 v H \geq k F \lambda, \tag{8}$$

F, H et v étant calculés au point d'inflammation ($\alpha = 0$, $T = \tau$).

Transformée en égalité, la relation (8), jointe à l'équation (7), donne les éléments suffisants pour déterminer la limite d'inflammabilité, ainsi que la vitesse limite m (non nulle, comme on sait). Elle est malheureusement assez complexe et la complexité est foncière.

7. *Vitesse de réaction.* — Expérimentalement, vu l'ignorance de F, la question s'inverse, et la détermination expérimentale de la vitesse de propagation donne, pour le mélange limite, la grandeur de la vitesse de réaction, et, pour tout autre mélange, une limite supérieure de cette vitesse (2).

Exemple. — D'après l'expérience de M. Hélier, λ serait, pour le mélange tonnant, voisin de 330°. D'autre part, m étant faible, H est sensiblement égal à $C(\tau - T_0)$. C étant la chaleur spécifique à pression constante. L'équation (8) donne alors

$$F \leq \frac{Cu^2}{kv} \frac{\tau - T_0}{\lambda}.$$

Avec $\tau - T_0 = 550°$, $\lambda = 330$, $C = 0,25$, $k = 5,5 \times 10^{-6}$, on aurait $F \leq \frac{2}{3} 10^5 u^2$. Une propagation à 1^m par seconde décèle une durée de réaction $\left(\frac{Dt}{D\alpha}\right)$ de plus de 15 micro-secondes.

---

(1) Géométriquement, dans l'espace v, α, T, il faut que la courbe figurative de la loi de combustion dépasse (vers les T croissants) la projection sur le plan αT de l'intersection de la surface (2) et de la surface des faux équilibres limites.

(2) Cf. la Note de M. Taffanel (*Comptes rendus*, t. 157, p. 714). M. Taffanel y a obtenu, par un raisonnement d'approximation, l'ordre de grandeur des vitesses de réaction, mais pas de relation précise.

8. *Sens physique de la condition* $\frac{d\alpha}{dT} < \frac{1}{\lambda}$. — La condition $\frac{d\alpha}{dT} < \frac{1}{\lambda}$ a une signification physique bien nette. Au-devant de la flamme, l'échauffement n'intéresse qu'une zone étroite (petitesse de k) et suit sensiblement la loi linéaire; sa durée est donc $t_1 = (\tau - T_0)\frac{dt}{dT}$.

D'autre part, si la combustion se poursuivait jusqu'à la fin avec la vivacité du début, elle durerait $t_2 = \frac{dt}{d\alpha}$. La condition s'écrit donc

$$\frac{t_1}{t_2} > \frac{\tau - T_0}{\lambda}$$

et s'énonce : « Pour qu'un mélange soit susceptible de propager une flamme par conductibilité, il faut que sa *durée de réaction* (supposée à vivacité constante) soit supérieure à une fraction bien déterminée de la *durée d'échauffement* qui précède ». Dans le mélange tonnant, cette fraction est de 0,6, ce qui situe son ordre de grandeur.

9. *Limite supérieure des vitesses des déflagrations.* — Traçons dans le diagramme pv la courbe d'inflammation (isotherme $pv = R\tau$ si la température d'inflammation est indépendante de la pression, et en tout cas courbe à allure hyperbolique). La tangente à cette courbe issue de $p_0 v_0$ vers les p décroissants donne un *maximum de m*, donc un maximum de vitesse. Il est aisé de voir qu'il coïncide avec celui trouvé par M. Jouguet dans la Note précitée. L'intérêt de la présente remarque réside dans l'obtention plus simple de ce maximum, et sa portée plus générale.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur deux combinaisons du chlorure de zirconium avec la pyridine.* Note de M. **Ed. Chauvenet**, présentée par M. A. Haller.

L'une de ces combinaisons a déjà été signalée par Mattews [1], sa composition est $ZrCl^4 . 2C^5H^5N$. Il était assez facile d'autre part de prévoir l'existence d'un dérivé plus riche en pyridine que la combinaison précédente.

Le chlorure de zirconium est très soluble dans la pyridine : à 19°, 100^{cm^3} de dissolution renferment 21^g environ de $ZrCl^4$; la dissolution se fait avec un vif dégagement de chaleur. Après évaporation lente et à l'abri de

---

[1] *J. of am. ch. Soc.*, t. XX, p. 815-839.

l'humidité de la solution pyridinée, on constate un dépôt abondant de cristaux qui restent imprégnés de pyridine; l'essorage est assez délicat, car il doit être fait dans une atmosphère sèche si l'on veut conserver ce produit inaltéré. Un lavage à l'éther de pétrole anhydre le débarrasse facilement de la pyridine en excès; cependant ce traitement a l'inconvénient d'altérer quelquefois la combinaison en enlevant une fraction de molécule de C^5H^5N combinée.

Ces cristaux sont prismatiques à peine modifiés; ils agissent énergiquement sur la lumière polarisée et s'éteignent suivant leur allongement. Ils ont d'autre part une tension de dissociation assez notable à la température ordinaire et se trouvent souvent en partie décomposés quand on cherche à les isoler. Le produit, obtenu comme il vient d'être dit, possède donc rarement une composition fixe, mais le plus souvent une composition comprise entre $ZrCl^4.3,5C^5H^5N$ et $ZrCl^4.4C^5H^5N$. Par la mesure de la chaleur de fixation de n molécules de pyridine sur $ZrCl^4$ (n étant compris entre 2^{mol} et 4^{mol}), j'ai recherché s'il existait d'autres combinaisons entre celle de Mattews et celle à 4^{mol} de pyridine. La courbe, dont les ordonnées sont d'une part les valeurs de Q (chaleur de fixation) et d'autre part les valeurs de n, est une droite; il n'y a donc pas de combinaison intermédiaire entre $ZrCl^4.2C^5H^5N$ et $ZrCl^4.4C^5H^5N$.

L'eau décompose ce produit en mettant en liberté de l'hydrate de zirconium (lequel se dissout si la solution est chlorhydrique). La décomposition de $ZrCl^4.4C^5H^5N$, qui commence dès la température ordinaire, se poursuit plus rapidement soit à 50°, soit dans le vide sec à 15°. La perte de poids cesse dès que la substance atteint la composition $ZrCl^4.2C^5H^5N$. Si l'on dépasse 70°-80°, la combinaison de Mattews se décompose à son tour en mettant en liberté du chlorhydrate de pyridine.

Résultats thermiques. — Les deux combinaisons ont été dissoutes dans une dissolution chlorhydrique normale.

Connaissant d'une part

	Cal
la chaleur de dissolution de $ZrCl^4$	56,3
» » de C^5H^5N	2,7
» de neutralisation de $C^5H^5N_{dis.}$ par $HCl_{dis.}$	5,5

et d'autre part

la chaleur de dissolution de $ZrCl^4.2C^5H^5N$	18,7
» » de $ZrCl^4.4C^5H^5N$	19

on peut calculer la chaleur de fixation de 2^{mol} et de 4^{mol} de pyridine sur le

chlorure de zirconium :

$$ZrCl^4 + 2C^5H^5N = ZrCl^4.2C^5H^5N \ldots\ldots \quad +54^{Cal}$$

soit en moyenne 27^{Cal} pour $1\,C^5H^5N$;

$$ZrCl^4 + 4C^5H^5N = ZrCl^4.4C^5H^5N \ldots\ldots \quad +70$$

soit en moyenne $17^{Cal},5$ pour $1\,C^5H^5N$;

$$ZrCl^4.2C^5H^5N + 2C^5H^5N = ZrCl^4.4C^5H^5N \ldots\ldots \quad +16$$

CRISTALLOGRAPHIE. — *Sur les structures cristallines mises en évidence par la diffraction des rayons Röntgen.* Note de M. G. **Friedel**, présentée par M. Pierre Termier.

La méthode d'investigation des structures cristallines créée par la belle découverte de Friedrich et Knipping est venue confirmer d'une manière bien remarquable les suppositions qu'on pouvait faire antérieurement sur la distribution de la matière dans les cristaux. Elle confirme définitivement l'hypothèse que Mallard avait tirée des faits du polymorphisme et qui a été précisée ensuite sous le nom de théorie du réseau matériel. Il n'est pas inutile de le montrer, car il ne semble pas que cette conséquence immédiate du nouveau phénomène ait été en général aperçue clairement.

La diffraction des rayons X démontre évidemment d'une manière définitive la périodicité du milieu cristallin. Mais elle précise davantage. Soit M un des points qui agissent comme centre d'émission dans la diffraction. J'appelle ce point une molécule, en réservant la question de savoir s'il correspond à une molécule chimique ou à un groupe de molécules chimiques. Soient a, b, c les paramètres du réseau-période, que j'appellerai simplement *réseau*, en réservant le nom d'*assemblage* pour désigner la répartition des point M (ce que j'avais appelé antérieurement le réseau matériel). Soit M′ une autre molécule, non analogue de M, c'est-à-dire ne résultant pas de M par des translations la, mb, nc. Prenant M pour origine et pour axes a, b, c, soient $a\alpha$, $b\beta$, $c\gamma$, les coordonnées de M′.

Considérons l'un quelconque des plans réticulaires (pqr) qui jouent, dans la diffraction, le rôle de plans réflecteurs. Soient P le plan parallèle passant par M, P′ celui qui passe par M′, P″ celui qui est contigu de P dans le réseau.

Pour que la diffraction régulière soit possible, il faut que P, P′, P″ fassent partie d'un système de plans parallèles équidistants. Il faut donc que

la distance PP′ soit fraction rationnelle de la distance PP″. Comptons, par exemple, ces distances sur Ox (axe a). L'espacement PP″, sur Ox, est $\frac{a}{p}$. L'espacement PP′, sur Ox, est $\frac{a}{p}(p\alpha + q\beta + r\gamma)$. Le phénomène exige donc que, pour tous les plans (pqr) le rapport de ces deux quantités, c'est-à-dire $p\alpha + q\beta + r\gamma$, soit rationnel. Il faut donc que α, β, γ, c'est-à-dire les coordonnées numériques de M′, soient rationnelles.

Ainsi la diffraction des rayons X démontre que les assemblages cristallins répondent toujours à la loi suivante :

Ils ne sont pas nécessairement définis par *tous* les sommets d'un réseau de parallélépipèdes. Mais tous leurs points sont *des* sommets d'un tel réseau. On peut donc les définir de deux manières. Ou bien, partant du réseau-période, en ajoutant dans la maille des points αa, βb, γc, dont les coordonnées numériques α, β, γ sont des fractions rationnelles, toujours simples d'ailleurs. Ou bien, ce qui revient au même, en divisant cette maille en un certain nombre, toujours petit, de mailles qui lui sont semblables, et en supprimant une partie des nouveaux sommets ainsi définis.

On peut exprimer cela en abrégé en disant que le réseau et l'assemblage sont *multiples simples* l'un de l'autre. C'est exactement l'hypothèse posée, avant la découverte de Friedrich et Knipping, pour l'interprétation des transformations polymorphiques.

L'étude des radiogrammes, qui sera désormais, et de beaucoup, le plus précieux moyen d'investigation des structures, confirme ainsi la nécessité de bien distinguer entre l'assemblage moléculaire et le réseau. Le réseau nous est révélé, avant tout, par les clivages, l'assemblage par la diffraction.

Le quartz, dont le réseau est sénaire, montre dans son assemblage des densités de plans réticulaires qui sont celles d'un réseau ternaire. La blende, dont le réseau est cubique dodécaédral, a un assemblage dont les densités de plans sont celles d'un réseau cubique octaédral. Le sel gemme, dont le réseau est cubique hexaédral, a comme la blende un assemblage à densités octaédrales. La cassitérite, dont le réseau est quaternaire octaédral, montre également un assemblage tout différent.

PÉTROGRAPHIE. — *Sur la sédimentation carbonatée et la genèse des dolomies dans la chaîne pyrénéenne.* Note de M. **Michel Longchambon**, présentée par M. Pierre Termier.

Je poursuis depuis plusieurs années l'étude des sédiments pyrénéens dans le but de préciser le rôle qui revient, dans la série métamorphique,

aux divers types définis par leur composition chimique. Des analyses nombreuses de ces dépôts m'ont permis de faire quelques constatations assez suggestives sur l'évolution, au point de vue chimique, de la sédimentation carbonatée dans cette chaîne.

Si l'on examine comment se répartissent les calcaires et les dolomies dans la série sédimentaire, on observe que :

1. Les formations les plus anciennes que l'on connaisse avec certitude sont les minces couches et les nodules calcaires à *Orthocères* et *Cardioles* du Gothlandien supérieur; l'analyse n'y décèle que des traces de magnésie.

2. Dans les Pyrénées orientales et ariégeoises, au-dessus des schistes clairs assez épais qui représentent une partie du Dévonien inférieur, se développe une formation dolomitique que j'ai pu suivre, en particulier, dans le massif du Saint-Barthélemy et sur toute la bordure méridionale du massif granitique de Quérigut. Ces dolomies envahissent une grande partie du Dévonien moyen et passent à des calcaires amygdalins et à des griottes. Dans les Hautes et les Basses-Pyrénées, les dolomies dévoniennes passent latéralement à des schistes.

3. Tous les sédiments carbonatés du Houiller que j'ai soumis à l'analyse sont des calcaires très peu magnésiens.

4. Après les mouvements orogéniques de la fin de l'ère primaire, qui correspondent à la seconde grande phase hercynienne de l'Europe centrale, se déposent les sédiments permo-triasiques, formant localement de puissants amas de poudingues, de grès rouges et de schistes rutilants, puis le Trias vrai avec ses marnes et ses argiles bariolées. Le Lias montre encore une prédominance des apports détritiques. D'abord viennent les brèches du Lias, formées de masses considérables de fragments calcaires empruntés surtout au Carbonifère et passant localement à des bancs calcaires finement bréchoïdes, sans doute par trituration plus complète; ensuite les vases argileuses fines du Lias schisteux et marneux, qui renferment jusqu'à 5 pour 100 de magnésie. Il est à noter que dans les mers triasiques, rhétienne et liasiques, en dehors des apports de calcaire préexistant, le carbonate qui se précipite est de la dolomie. Elle constitue, en effet, le ciment des brèches marneuses du Keuper qui donnent les cargneules caractéristiques. Elle forme aussi le ciment des lumachelles rhétiennes et celui de la plupart des énormes brèches calcaires du Lias. Les dépôts bajociens et bathoniens qui succèdent immédiatement au Lias marneux sont les dolomies noires et fétides bien connues; elles sont extrêmement continues depuis les Corbières jusqu'à la vallée du Saison où elles passent latéralement à des schistes et à des marnes.

5. Le Bathonien se termine souvent par des bancs calcaires. Ils ne sont pas très constants, mais ont pu disparaître en certains points par érosion pendant l'émersion qui caractérise le Jurassique supérieur et le Crétacé inférieur.

Le ciment des brèches de base et les calcaires de l'Urgo-aptien sont presque uniquement calciques. Les marnes albiennes sont très pauvres en magnésie.

Les dolomies pyrénéennes se présentent dans des conditions telles que

j'ai été amené à les considérer, dès le début de mes études [1], comme d'origine sédimentaire. Je ne reviendrai pas sur cette question. Je rappellerai seulement que Suess [2], pour les dolomites du Tyrol, et Lesley [3], pour les dolomies de Pennsylvanie, sont arrivés aux mêmes conclusions.

Mais il apparaît, en outre, que ces accidents dolomitiques se produisent à deux moments très comparables de l'histoire du géosynclinal pyrénéen.

A. La sédimentation magnésienne du Dévonien (schistes magnésiens et dolomies) [4] s'est produite immédiatement après les grands mouvements calédoniens qui ont commencé, dans l'Amérique du Nord, à la fin de l'Ordovicien et qui ont joué un rôle capital dans le nord de l'Europe, vers la fin du Gothlandien. Si l'on n'a pas la preuve pour les Pyrénées d'actions orogéniques intenses suivies d'émersion à cette époque, il est à noter pourtant que M. Mengel [5] a montré dans les Pyrénées orientales l'existence de poudingues et de grès dès l'étage de Caradoc et qu'ils envahissent souvent la base du Gothlandien; il est donc évident que la répercussion des mouvements calédoniens a pu se traduire dans le géosynclinal pyrénéen par des apports grossièrement détritiques. D'ailleurs, dans la montagne Noire, M. Bergeron [6] a montré qu'il existe une érosion prédévonienne; en tous cas, les premiers dépôts dévoniens y sont souvent des grès roses ou brunâtres, surmontés par 100^m ou 200^m de dolomie.

B. La sédimentation magnésienne secondaire commence de même immédiatement après les plissements de l'époque permienne qui, eux, ont indiscutablement affecté le géosynclinal pyrénéen. Indécise durant le Trias, le Rhétien et le Lias, où elle est troublée par le dépôt de brèches calcaires charriées, elle s'affirme dans le Bajocien et le Bathonien où elle

---

(1) Michel Longchambon, *Contribution à l'étude du métamorphisme des terrains secondaires dans les Pyrénées orientales et ariégeoises* (*Bull. de la Carte géol. de France*, n° 131, 1910-1911), p. 13.

(2) E. Suess, *La face de la Terre*, t. II, p. 435.

(3) Lesley, *Second Geol. Survey Pa.*, vol. MM, 1897, p. 311.

(4) C'est ce complexe qui, dans les Pyrénées orientales et ariégeoises, a donné, par suite du métamorphisme régional, des amas de talc activement exploités.

(5) O. Mengel, voir par exemple, *Comptes rendus des coll. pour* 1912 (*Bull. de la Carte géol. de France*, n° 133, 1913), p. 161.

(6) J. Bergeron, *Étude des terrains paléozoïques et de la tectonique de la Montagne Noire* (*Bull. Soc. géol. Fr.*, 3e série, t. XXVII, 1899-1900), p. 646.

forme 200^{m} à 300^{m} de dolomie. La sédimentation devient ensuite et reste uniquement calcique durant la fin des temps secondaires.

Il me paraît ressortir de cet exposé une liaison, au moins locale, de la sédimentation magnésienne avec les remaniements de masses continentales qui ont suivi les phases orogéniques importantes. J'essayerai de montrer ultérieurement qu'il est possible de généraliser cette relation et qu'on peut expliquer, par le moyen de la désintégration intense des roches, comment ont pu être amenées à la mer des masses importantes de magnésie.

MÉDECINE EXPÉRIMENTALE. — *Recherches sur la pulvérisabilité de la salive et des crachats tuberculeux par les courants aériens.* Note de M. **P. Chaussé**, présentée par M. E. Roux.

Le monde médical admet que Flügge et ses élèves, et parmi ces derniers il faut citer surtout Laschtschenko et B. Heymann, ont démontré la facilité et la fréquence de la contagion tuberculeuse par les gouttelettes. Les conclusions de ces auteurs nous ayant semblé, au contraire, insuffisamment établies, nous avons effectué plusieurs séries d'expériences pour savoir si ce mode de transmission intervient et joue un rôle important dans la nature.

Chez le malade, la pulvérisation des liquides bacillifères ne peut avoir lieu que sous l'action des courants aériens crées par la toux ou la parole. Aussi, avons-nous cru nécessaire, avant de nous occuper de recherches avec les malades, de nous rendre compte si la salive et les crachats, soumis à des courants d'air de vitesse initiale variable, laissent détacher des gouttelettes respirables. A ce point de vue, nous avons examiné successivement l'effet de l'air frappant obliquement la surface des produits (ventilation superficielle) ou barbotant dans leur substance même (ventilation profonde). Il n'est pas douteux que de grosses gouttelettes soient détachées, mais il importe davantage, en matière de tuberculose, de savoir s'il y a libération de particules assez fines pour être inhalées et dans quelles conditions cette libération s'observe.

Nous avons précédemment démontré l'extrême sensibilité de la méthode des inhalations pour reconnaître si un air suspect contient des particules respiratoires (*Comptes rendus*, 13 mai et 10 novembre 1913); aussi les présentes épreuves ont-elles toujours été faites par inhalation au cobaye.

Au sujet de la virulence de la salive des tuberculeux, divers examens

nous ont montré que ce liquide contient constamment des bacilles lorsqu'il en existe un grand nombre dans les crachats ; toutefois la sécrétion buccale renferme de 100 à 100 000 fois moins de microbes de la tuberculose que les produits bronchiques, ce qui atténue considérablement le danger qui pourrait résulter de sa division en gouttelettes.

Dispositif expérimental. — Dans un tube de 35^{mm} de diamètre sur 40^{cm} de hauteur, nous déposons une quantité importante (30^{g} à 50^{g} environ) de crachats riches en bacilles, ou de salive provenant des mêmes malades. Pour réaliser la ventilation superficielle, nous faisons arriver par un tube de verre de diamètre connu, coudé à 45° à 15^{mm} de son extrémité inférieure, un courant d'air fourni par une soufflerie en caoutchouc; l'air frappe et déprime la surface du produit; cet air sort par un deuxième tube qui le conduit dans une caisse à inhalation de 86^{l} ou de 126^{l} dans laquelle se trouvent 6 à 10 cobayes.

Pour éprouver les effets de la ventilation profonde, nous employons le même appareil, avec cette différence que le tube d'arrivée d'air fait à son extrémité inférieure une petite anse plongeant dans le muco-pus bronchique ou dans la salive; l'air sort avec force, de bas en haut, en agitant et divisant ces liquides; des gouttelettes inégales sont ainsi produites en grand nombre, surtout avec les fortes vitesses, mais celles qui sont visibles retombent immédiatement dans le liquide. L'homogénéisation de celui-ci est rapidement réalisée dans toutes les expériences qui suivent.

La *vitesse de l'air à l'orifice du tube de verre* a été calculée chaque fois d'après la section de ce tube et son débit.

Résultats expérimentaux. — Qu'il s'agisse de la salive ou des crachats, la ventilation superficielle, même à la vitesse initiale de 90^{m} par seconde, ne détache qu'un très faible nombre de particules respirables; sur 31 cobayes ayant inhalé l'air qui a frappé les liquides bacillaires, dans ces conditions, et pour 600^{l} d'air ayant traversé l'appareil, un seul animal a contracté un tubercule pulmonaire primitif; mais sous l'influence de cette forte vitesse, il y avait eu également barbotage et éclatement de bulles.

Avec des vitesses initiales inférieures ou égales à 35^{m} par seconde, la ventilation profonde des crachats a donné, dans cinq expériences portant sur 33 cobayes, un tuberculeux. Un cobaye sur 22 a été infecté pour une vitesse de $36^{m},50$. Une autre expérience à la vitesse de 80^{m} par seconde a même été entièrement négative. En faisant agir des vitesses de 55^{m}, 64^{m}, 85^{m} et 150^{m}, 11 cobayes sur 31 ont été tuberculisés; enfin la vitesse initiale invraisemblable de 242^{m} par seconde a donné à coup sûr une infection prononcée.

Conclusions. — Nous devons donc conclure que le contact de l'air à des vitesses inférieures ou égales à 30^{m} par seconde ne peut détacher des crachats ou de la salive qu'un très petit nombre de particules respirables. La viscosité et la cohésion de ces produits s'opposent à leur division fine sous l'action des courants aériens, lorsqu'on ne dépasse pas les vitesses ci-dessus.

Ces résultats ne sont valables qu'à titre d'indication préliminaire dans l'étude de la contagion tuberculeuse par les particules liquides provenant directement du malade.

ANATOMIE PATHOLOGIQUE. — *Leprazellen et plasmazellen.* Note de MM. R. Argaud et I. Brault.

A l'examen microscopique d'une préparation de léprome, c'est le polymorphisme cellulaire qui retient surtout l'attention. Isolées ou groupées, les cellules dermiques affectent les formes les plus variables : ovalaires, polyédriques, allongées, serpentiformes, etc. Certaines sont de petite taille avec un ou deux noyaux ; d'autres, plus volumineuses, sont criblées de vacuoles tantôt distinctes, tantôt confluentes et refoulant alors, à la périphérie, une coque protoplasmique ténue et multinucléée. Il arrive parfois qu'une lamelle protoplasmique s'interpose entre deux vacuoles volumineuses occupant la majeure partie du territoire cellulaire ; mais la plupart du temps, les cellules vacuolisées paraissent comme ajourées par de nombreux pertuis que des traînées granuleuses séparent les uns des autres. Le Ziehl décèle d'abondants infiltrats, intraprotoplasmiques, de bacilles de Hansen.

Dans certains protoplasmes *en écumoire* (leprazellen de Virchow), on peut aussi trouver, par endroits, quelques granulations encore réactives qui se distinguent par leur affinité pour l'orange et leur métachromaxie, rappelant ainsi les caractères des plasmazellen et des mastzellen qui abondent d'ailleurs tout autour.

Quelle que soit l'origine des plasmazellen et des mastzellen (*histiogène* ou *hématogène*), les formes les plus jeunes ressemblent en tout point à des lymphocytes et il est facile de suivre tous les termes de passage entre les plasmazellen, par exemple, et les macrophages ou les fibroblastes.

L'examen de nos préparations de léprome nous a permis de constater que les leprazellen répondent simplement à une forme pathologique, à une vacuolisation dégénérative de certains phlagocytes considérablement modifiés par des stimulations bactériennes.

Les préparations traitées par l'hématoxyline cupro-ferrique et par le Ziehl sont parfaitement démonstratives à cet égard et révèlent, en outre, le rôle phagocytaire des plasmazellen et des endothéliums.

Contrairement à l'opinion de Unna, nous avons constaté la présence

de bacilles de Hansen, intraprotoplasmiques. Le fait est indubitable dans les cellules binucléées. Grâce à la situation des noyaux dans des plans différents, on peut, en effet, très facilement localiser les bacilles intracytoplasmiques interposés.

Tant que la cellule n'englobe qu'un ou deux bacilles, le granuloplasme reste intact, avec cependant, autour du *radkerne*, une zone plus claire. Lorsque le nombre des bacilles augmente, la réaction nécrobiotique se manifeste par la vacuolisation et c'est ainsi qu'on arrive à la forme leprazellen. Quant à la multiplication nucléaire, elle se rattache à cette modalité de la déchéance cellulaire à laquelle Flemming a donné le nom d'*atrophie par prolifération*.

En résumé, les leprazellen de Virchow ne répondent pas à une entité structurale inhérente à la lèpre; ce sont tout simplement des cellules phlegmasiques qui dégénèrent sous l'incitation bacillaire, se vacuolisent et finissent par devenir les cellules *en écumoire*.

ZOOLOGIE. — *Sur la fécondité du Négril des luzernes* (Colaspidema atra *Latr.*). Note de M. **Lécaillon**, présentée par M. Henneguy.

Le petit Coléoptère désigné, à cause de sa couleur noire, sous le nom de Négril, cause chaque année, dans les champs de luzerne des environs de Toulouse, des dégâts importants. Il est d'ailleurs commun aussi dans d'autres régions méridionales, tant en France qu'en différents pays. C'est surtout en mai et en juin qu'on voit les adultes, nés l'année précédente, puis les larves qu'ils engendrent bientôt, pulluler dans les champs de luzerne.

La reproduction du Négril a été étudiée par divers observateurs, plus particulièrement par deux anciens professeurs à la Faculté des Sciences de Toulouse, N. Joly en 1844 [1] et L. Roule en 1903 [2]. Le premier de ces auteurs dit avoir observé que chez le Négril l'accouplement dure souvent plus d'une demi-heure et se répète plusieurs fois (jusqu'à 4 fois), à des intervalles souvent assez éloignés les uns des autres (5 à 6 jours). La ponte des œufs se répéterait comme l'accouplement lui-même. Le nombre d'œufs

(1) *Histoire d'un petit Coléoptère* (Colaspis atra) *qui ravage les luzernes du midi de la France* (*Bulletin de la Société d'Agriculture de l'Hérault*, 1844).

(2) *Le Négril des luzernes* (*Progrès agricole et viticole*, Montpellier, 1903).

pondus varierait un peu selon les individus; il serait de 100 à 120 lors de la première ponte, et beaucoup moindre lors des pontes ultérieures. Suivant Roule, le Négril paraîtrait dès la fin d'avril et chaque femelle pondrait en moyenne une centaine d'œufs.

Au cours d'expériences instituées, en 1913, dans le but d'étudier, avec toute la précision possible, diverses questions concernant la biologie des insectes, j'ai constaté que la fécondité du Négril était en réalité beaucoup plus grande que ne le crurent Joly et Roule. Des femelles furent capturées dès le moment de leur apparition et placées dans des conditions de milieu aussi favorables que possible (au point de vue de l'aération, de l'humidité indispensable et de la nourriture). Les unes furent tenues complètement isolées et ne purent donc s'accoupler. Les autres furent au contraire placées chacune avec un mâle et purent s'accoupler pendant toute la période de reproduction. Les œufs furent enlevés après chaque ponte, mis à part et soigneusement comptés.

Une première femelle fut capturée dès le 13 avril. Malgré de minutieuses recherches aucun autre Négril ne put être rencontré ce jour-là. Cette femelle, tenue isolée jusqu'au moment de sa mort qui arriva le 2 juin, ne pondit pas moins de 938 œufs en 20 pontes successives réparties comme le montre le Tableau suivant :

1re ponte,	19 au 20 avril	30 œufs
2e »	22 avril	25 »
3e »	23 au 24 avril	6 »
4e »	24 avril	28 »
5e »	24 avril	27 »
6e »	26 avril	77 »
7e »	27 au 28 avril	58 »
8e »	29 au 30 avril	62 »
9e »	30 avril	43 »
10e »	3 au 4 mai	77 »
11e »	5 au 6 mai	67 »
12e »	8 au 9 mai	68 »
13e »	16 mai	88 »
14e »	17 au 18 mai	59 »
15e »	20 au 21 mai	56 »
16e »	21 au 22 mai	16 »
17e »	24 mai	30 »
18e »	25 au 26 mai	10 »
19e »	26 mai	38 »
20e »	27 au 30 mai	73 »
	Total	938 œufs

D'autres femelles, capturées ensuite, tenues aussi complètement isolées, vécurent moins longtemps que la précédente et produisirent notablement moins d'œufs. C'est ainsi que l'une fournit 261 œufs en 11 pontes; une autre, 405 œufs en 14 pontes; une troisième, 329 œufs en 18 pontes; une quatrième, 193 œufs en 7 pontes.

Les femelles, mises chacune avec un mâle, s'accouplèrent, non pas quelquefois comme le dit Joly, mais à de très nombreuses reprises, pendant toute la durée de la période de la ponte des œufs. L'une fournit 142 œufs en 6 pontes; une deuxième, 81 œufs en 5 pontes; une troisième, 171 œufs en 6 pontes; une quatrième, 256 œufs en 10 pontes, et une cinquième, 291 œufs en 11 pontes.

Il résulte de ces faits que les Négrils peuvent apparaître, aux environs de Toulouse, dès la première quinzaine d'avril; que leur fécondité, dans des circonstances favorables, peut être considérable, certaines femelles pouvant pondre jusqu'à près d'un millier d'œufs; qu'il y a normalement des accouplements et des pontes se répétant, pour les mêmes individus, de nombreuses fois, et que cependant les femelles, qui ne s'accouplent pas pendant la période de reproduction, laquelle peut durer environ 1 mois et demi, pondent absolument comme les autres et ne voient pas leur fécondité diminuée. Cette fécondité est d'ailleurs très variable suivant les diverses femelles considérées.

MICROBIOLOGIE. — *Sur la résistance du gonocoque aux basses températures.* Note de MM. **Auguste Lumière** et **Jean Chevrotier**, présentée par M. E. Roux.

Les bactériologistes admettent unanimement que le gonocoque perd sa vitalité avec une extrême facilité ; tous les traités classiques affirment que du pus blennorragique, conservé pendant 24 heures dans un tube à vaccin, est stérile et que le développement des cultures de ce microorganisme se trouve définitivement arrêté par un séjour de quelques heures à la glacière de 0°.

On admet encore que les cultures du diplocoque de Neisser meurent en 15 jours ou 3 semaines et que leur ensemencement en série devient rapidement négatif.

Ne doit-on pas s'étonner de constater cette sensibilité du gonocoque au refroidissement, alors que les autres microorganismes résistent parfaitement aux températures les plus basses ?

Cette résistance au froid a été démontrée, en effet, pour la plupart des espèces microbiennes pathogènes, par de nombreux expérimentateurs, par

Pasteur en 1861, ensuite par Von Frisch, Gibier, Pictet et Yung, d'Arsonval et Charrin, M ittchell, Fraenckel, Prudden, Allan Macfadyan, etc.

Nous nous sommes demandé si l'exception constatée jusqu'ici pour le gonocoque ne serait pas simplement le résultat de l'insuffisance des méthodes de culture et nous avons, à cet effet, institué une série d'expériences en utilisant notre nouveau milieu à base de moût de bière éminemment propre au développement du microorganisme qui nous occupe (1).

Neuf souches différentes de gonocoque provenant d'uréthrites aiguës et chroniques, depuis le deuxième jusqu'au quinzième passage, ont été maintenues pendant 48 heures au frigorigène entre — 17° et — 20°.

Ces cultures ont donné au dégel des ensemencements qui ont été tous positifs.

Dans une autre série d'essai, le refroidissement à — 20° a été prolongé pendant 10 jours sans que les microbes aient aucunement souffert de ce traitement.

Enfin, nous avons porté un autre lot de cultures dans l'azote liquide à 195° au-dessous de zéro et, après 24 heures de séjour à cette température, nous avons constaté, par de nouveaux ensemencements, que le diplocoque avait conservé toute sa vitalité.

Depuis plusieurs mois, des cultures en série, laissées pendant des journées entières à la température ordinaire, n'ont rien perdu de leurs propriétés initiales morphologiques ou microchimiques.

La virulence des cultures soumises à ces influences thermiques est en cours d'étude.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Une cause d'erreur dans l'étude de l'action biologique des éléments chimiques : la présence de traces de zinc dans le verre.* Note de M. **M. Javillier**, présentée par M. E. Roux.

Pour apprécier l'intérêt physiologique des éléments chimiques normalement présents chez les végétaux à l'état de traces, arsenic, bore, manganèse, etc., ou l'influence d'éléments tels que cadmium, glucinium, uranium, qu'on n'y rencontre pas habituellement, la méthode classique est la culture de la plante dans des milieux artificiels, les uns privés, les autres pourvus de l'élément visé. La difficulté expérimentale réside dans l'emploi de

(1) Auguste Lumière et Jean Chevrotier, *Comptes rendus*, 1er décembre 1913.

milieux-témoins strictement privés de celui-ci, comme de tout autre élément capable, si son introduction est involontaire et passe inaperçue, de troubler l'observation. *Or les vases de verre qu'on emploie dans les laboratoires apportent souvent cette cause d'erreur.*

Je résume dans cette Note quelques essais qui prouvent le bien fondé de cette observation.

I. Soit à vérifier l'influence du zinc sur la croissance du *Sterigmatocystis nigra* (*Aspergillus niger*). On prépare le milieu nutritif avec des substances très pures; on le répartit par 125^{cm^3} dans des fioles coniques d'Erlenmeyer, les unes en verre de Bohême véritable ([1]), les autres en verre d'Iéna ([2]). On ajoute du sulfate de zinc dans quelques matras de chaque groupe. On stérilise par chauffage à l'autoclave à 115° pendant 20 minutes. On ensemence, on met au thermostat à 34° et l'on arrête toutes les cultures à la fin du quatrième jour. On pèse les cultures sèches. A titre de comparaison, on fait la même expérience en fioles de quartz fondu.

Voici, à titre d'exemples, quelques-uns des poids secs moyens obtenus :

	En verre de Bohême.	En verre d'Iéna.	En vase de quartz.
Cultures témoins..........	0,352 g	1,861	0,291
Cultures avec zinc........	1,780	1,736	1,624

Même expérience avec une autre race de *Sterigmatocystis nigra :*

	En verre de Bohême.	En verre d'Iéna.	En vase de quartz.
Cultures témoins..........	0,308	1,365	0,219
Cultures avec zinc........	1,823	1,762	1,645

Ainsi, en verre de Bohême vrai et en vase de quartz, le zinc a influé sur la croissance de la plante dans des proportions considérables; en 4 jours les récoltes ont été multipliées par 5—6 et même 7,5. En verre d'Iéna au contraire, l'influence du zinc semble nulle ou très faible, les cultures témoins étant elles-mêmes de poids élevé, égal ou peu différent des cultures sur zinc. Au point de vue morphologique, toutes les cultures en verre d'Iéna se ressemblent : le mycélium est épais, blanc, rigide, anfractueux; il produit tardivement, à l'épuisement du milieu de culture, des conidies brun-roux, puis noires. En vases de Bohême ou de quartz, la différence d'aspect est frappante; en présence du zinc, le mycélium présente l'aspect précédent; en l'absence du catalyseur, il est au contraire, comme je l'ai depuis longtemps décrit, mince, à surface inférieure lisse et visqueuse; il forme hâtivement, dès la trentième heure, des conidies noires.

([1]) Marque Kawalier.

([2]) Marque Schott et Gen.

L'explication de ces contradictions est simple :

L'Aspergillus niger, excellent réactif du zinc, a décelé celui-ci dans le verre d'Iéna avec plus de sensibilité et autant de certitude que le meilleur des réactifs chimiques. Le zinc du verre s'est dissous dans nos milieux, surtout à la faveur de la stérilisation, si bien que les témoins eux-mêmes en contiennent.

II. Soit maintenant à comparer l'influence du cadmium, du glucinium et du zinc sur la croissance d'une autre moisissure, *Pœcilomyces varioti*. La technique est analogue à la précédente. Voici quelques-uns des chiffres obtenus [1] :

	En verre de Bohême.	En verre d'Iéna.
Cultures témoins..................	0,050	0,540
» avec cadmium..............	0,104	0,528
» avec glucinium............	0,048	0,512
» avec zinc.................	0,425	0,528

D'une expérience telle que celle qui a été réalisée en verre de Bohême, on conclura à une influence particulière de chacun des éléments envisagés. De l'expérience en verre d'Iéna, on conclurait, au contraire, à l'équivalence de zinc, cadmium, glucinium et à leur inefficacité sur la croissance du *Pœcilomyces*, puisque les cultures témoins atteignent, en un même temps, le même poids que les cultures sur milieux additionnés de ces éléments.

Ici encore, c'est le zinc, emprunté au verre d'Iéna, qui a bouleversé les résultats expérimentaux.

Il reste cependant à fournir la preuve *directe* que cette interprétation est bien la bonne. J'ai chauffé à l'autoclave de l'eau distillée pure, acidifiée par l'acide chlorhydrique, de telle sorte que l'acidité correspondît à celle du liquide de Raulin, dans des fioles en verre d'Iéna, identiques à celles qui ont servi aux expériences ci-dessus.

De six litres de liquide j'ai pu précipiter, par la méthode au zincate de calcium [2], du zinc qui a été caractérisé par ses réactions usuelles; je l'ai dosé par pesée à l'état de sulfate anhydre; son poids atteignait $0^{g},0025$. En considérant l'acidité tartrique du liquide de Raulin comme susceptible de produire une attaque équivalente, on voit que, par milieu de 125^{cm^3}, il y avait, à la disposition de l'*Aspergillus*, environ *cinq centièmes de milligramme* de zinc.

(1) Je ne cite ici qu'un fragment d'une expérience plus complète faite avec la collaboration de Mme H. Tchernoroutzky.

(2) G. Bertrand et M. Javillier, *Comptes rendus*, t. 143, 1906, p. 900; t. 145, 1907, p. 924.

C'est plus qu'il n'en faut pour produire les effets observés [1].

En résumé, les récipients de verre introduisent, dans les milieux de culture, des traces de corps capables, dans des recherches délicates de physiologie expérimentale, de fausser le sens des expériences. Le zinc se rencontre dans certains verres, le verre d'Iéna, par exemple. C'est là une importante source d'erreurs dans l'étude de l'action biologique des éléments chimiques et du zinc lui-même.

GÉOLOGIE. — *Crétacé des environs de Comillas (province de Santander).* Note de M. **L. Mengaud**, présentée par M. H. Douvillé.

Au sud de Comillas, entre l'embouchure du rio Turbio et la route de Cabezon de la Sal, les dépôts du Crétacé inférieur à faciès wealdien (argiles et grès micacés à lignites) reposent directement sur le Trias gypseux, facilement observable près du hameau de Riofrio. On trouve ensuite au-dessus l'Aptien récifal typique de la région cantabrique avec un niveau à Orbitolines à la base et des dolomies minéralisées intercalées entre deux masses de calcaires zoogènes à *Toucasia* et Miliolidés. La compagnie « Royale Asturienne » exploite les calamines et les blendes qui accompagnent ces dolomies à l'est de Comillas, au lieu dit *Venta de la Vega*.

Non loin de cette mine et le long de la côte, les calcaires urgoniens se montrent recouverts d'abord par 40^m à 50^m d'argiles et de grès micacés ligniteux peu fossilifères, ensuite par une série assez épaisse de marnes gris foncé dont les plis bien marqués sont très visibles dans les falaises. Ces marnes noduleuses me paraissent mériter une mention spéciale, car elles renferment une faune intéressante [2]. On peut y recueillir, en effet, des Ostréidés (voisins de *Exogyra Boussingaulti* d'Orb.), *Lima Cottaldina* d'Orb., de nombreux *Myacés*, le plus souvent à l'état de moules, et surtout, *Enallaster Delgadoi* de Loriol 1888, *Knemiceras (Placenticeras) Uhligi* Choffat 1885 et *Kn. Ebrayi* de Loriol 1882.

Les *Enallaster* et les *Knemiceras* sont caractéristiques de quelques gisements albiens du Texas et du Pérou. M. Choffat a recueilli *Enallaster*

(1) Une recherche exactement symétrique, faite sur le verre de Bohême utilisé dans les mêmes expériences, est restée négative.

(2) La détermination de la plupart des échantillons recueillis m'a été bien facilitée par leur comparaison avec ceux que possède l'École des Mines. J'exprime ici, à M. H. Douvillé, tous mes remercîments.

Delgadoi et *Knemiceras Uhligi* dans le Vraconnien du Portugal (zone à *Mortoniceras inflatum*). Quant à *Knemiceras Ebrayi*, représenté en particulier dans les marnes de Comillas par un bel exemplaire, c'est une forme remarquable du Gault de Cosne (Nièvre) où on le rencontre associé à *Douvilleiceras mamillare*.

L'existence d'une faune albienne bien caractérisée au-dessus de l'Aptien à faciès urgonien de la province de Santander est un fait nouveau important pour la géologie de la région. Il me paraît utile, d'autre part, de signaler la très grande analogie, sinon l'identité, de la faune des marnes de Comillas avec celle d'une localité du sud-ouest de la province de Saragosse appelée *Muela de Vicorp* par de Verneuil, qui l'a explorée et a recueilli les échantillons conservés dans les collections de l'École des Mines. On y trouve un *Knemiceras* identique par sa forme et son ornementation à celui de Comillas et à des types figurés par M. Choffat [1], les mêmes *Enallaster* et les mêmes *Myacés*.

Les couches de Comillas et celles de la Muela de Vicorp se rattachent donc nettement, d'une part au Gault de Cosne, d'autre part à l'Albien de Portugal et d'Amérique.

GÉOLOGIE. — *Oscillations des lignes de rivages pliocènes du Roussillon.* Note de M. O. **Mengel**, présentée par M. Pierre Termier.

Le tracé des contours de la bordure du massif primaire qui forme le promontoire oriental du Canigou m'a conduit à distinguer, au-dessus des terrasses d'érosion du Roussillon, deux cordons littoraux : l'un à l'altitude, croissante du Sud au Nord, de 150^m à 225^m; l'autre à la cote uniforme de 280^m.

Vers la fin du Néogène supérieur (Pliocène inférieur et partie inférieure du Pliocène moyen, auct.), la mer s'avançait de part et d'autre du Canigou jusqu'à Céret et au-delà de Vinça. Par suite d'un mouvement *orogénique*, réplique des mouvements pyrénéens, les dépôts du Pliocène, jusqu'à l'Astien, prirent des pendages liés à un gauchissement général allant jusqu'à des plissements dans les hautes vallées de la Têt et du Sègre.

Littoral de 150^m-225^m. — On peut suivre cet ancien rivage tout le long du pro-

(1) P. Choffat, *Faune crétacique du Portugal*, vol. I, p. 4 et 5, 77 à 79, pl. II, fig. 3-5, pl. IV, fig. 2, pl. XXII, fig. 44 à 46.

montoire primaire, de Vives (150^m) par Thuir (200^m) jusqu'à Bouleternère (225^m). Là, au voisinage du tunnel, il est indiqué : d'une part, par la ligne de discordance des strates inclinées d'un cailloutis graveleux avec des strates horizontales de même faciès, et, d'autre part, au pied d'un petit massif de calcaires dévoniens, par des sables coquillers à *Ostrea* (*cucullata* et *perpiniana*) et à épines d'Oursins, par des galets couverts de tubes de *Serpulides*, ou encroûtés de *Lithothamnium*, percés de trous de *Lithodomes* et de perforations de *Géphyriens* et de *Polychètes*, dont quelques individus gisent encore au fond des trous. On reconnaît, là, une formation semblable au « trottoir » méditerranéen actuel de Banyuls-sur-Mer.

Les galets calcaires ou quartzeux à Serpulides se retrouvent à Corbère (220^m). A l'ouest de Thuir, c'est encore par les galets à Serpulides qu'à l'altitude de 200^m sont recouvertes les argiles sableuses de l'Astien.

Littoral de 280^m. — J'ai été conduit à considérer, dans la masse des sédiments détritiques du promontoire nord-est du Causse de Thuir, deux dépôts différents, notés indistinctement ($p^{ob} - p'$) sur la feuille de Céret. L'un est constitué par des assises sub-horizontales de brèches et poudingues fortement cimentés, à éléments calcaires, schisteux ou cristallins; l'autre est formé par des argiles de rubéfaction à petits cailloux anguleux.

La première formation se termine à la cote 280^m, sur un substratum de calcaires dévoniens. Les galets portent des tubes de *Serpulides* identiques à ceux du « trottoir » de 225^m. J'y ai, de plus, rencontré un galet tapissé des restes d'un organisme, non encore déterminé, mais dont l'aspect rappellerait assez les tubes cloisonnés d'une éponge calcaire de la famille des Pharétrones.

D'ailleurs, ce cordon caillouteux a laissé, à l'altitude uniforme de 280^m, des témoins suffisamment nombreux pour qu'il soit difficile de ne pas le regarder comme un cordon littoral. C'est à 280^m que montent les galets et sables quartzeux qui forment l'épais dépôt détritique qui barre la vallée de la Têt, de Rodès au col Ternère, au sud-est duquel, à 280^m également, se rencontrent des Serpulides. Sur le front oriental du promontoire du Canigou, un peu au nord-est de Montauriol, il existe un piton formé de terrains de transport schisteux et couronné d'un cailloutis de calcaires gothlando-dévoniens; ce cailloutis est à la cote 280^m. C'est également à cette cote que le cailloutis à blocs se termine, sur un substratum schisteux, entre Saint-Ferréol et Céret. Plus au sud encore, c'est à 280^m qu'au-dessus du Pont de Reynès, à l'ancien estuaire du Tech, j'ai retrouvé le cailloutis à blocs. Enfin, c'est vers 280^m, entre Céret et Maureillas, que commence le palier de base du Pic de Boulerie.

Conclusions. — Des considérations qui précèdent et, en particulier, du plissement des dépôts du Néogène supérieur, du relèvement de 150^m à 225^m (qui ne peut être le résultat de l'érosion) de la ligne de discordance de ces dépôts avec les dépôts post-néogènes, de l'existence d'un « trottoir » à 225^m, bien que la ligne de discordance en amont du tunnel de Bouleternère, de part et d'autre de Vinça, monte à près de 250^m, de la régularité des assises à vestiges marins du Causse de Thuir à la cote 280^m, de la

constance de cette cote, et enfin de l'existence, en discordance sur ces assises, des argiles de rubéfaction à la cote de 220^{m}, il semble résulter qu'à la fin du Néogène il s'est produit un mouvement *orogénique* qui affecta toute la partie orientale des Pyrénées, avec maximum d'effet suivant les vallées de la Têt et du Sègre, ainsi que sur le revers méridional des Albères. Ce mouvement occasionna un premier retrait de la mer, de Vinça au col de Ternère, et le littoral de 150^{m} se constitua. Mais son horizontalité fut bientôt détruite par une sorte de mouvement de bascule qui amena de nouveau un relèvement relatif de la vallée de la Têt par rapport à celle du Tech.

A cette pulsation posthume succéda un mouvement *épirogénique* qui ramena la mer vers l'Ouest. Et c'est sur le littoral de 280^{m} que vinrent s'étaler les cordons caillouteux apportés par les rivières qui coulaient alors au niveau de ce que j'ai appelé, en 1906, le « palier supérieur » des vallées, encore marqué par des lambeaux de cailloutis en continuité manifeste (Céret à Taulis) avec le cordon littoral.

La mer se retira ensuite. Le ruissellement sur les nouvelles surfaces exondées donna les argiles de rubéfaction, pendant que les eaux fluviatiles affouillaient à nouveau les assises du Pliocène.

GÉOLOGIE. — *Sur la structure du Plateau des Beni Mtir* (*Maroc central*). Note de M. **Louis Gentil**, présentée par M. Pierre Termier.

La grande tribu des Beni Mtir s'étend au sud-est de Meknès. Elle occupe, d'une part, la région de plaine qui forme le prolongement occidental du Saïs, d'autre part, le plateau qui, commençant à Kasba El Hajeb, se poursuit jusqu'au pays des Beni Mguild.

Je rappellerai que la plaine est formée par les dépôts du détroit Sud-Rifain, ici constitués par les argiles et les grès vindoboniens, surmontés par des calcaires et des marnes lacustres marquant les vestiges d'un lac pliocène d'un diamètre de plus de 40^{km} et que j'appellerai le *lac de Meknès*.

La structure du plateau situé plus au Nord m'est apparue assez clairement à la suite d'une récente reconnaissance. Il est formé d'un soubassement primaire recouvert par un entablement jurassique.

Le soubassement apparaît au Sud et à l'Est chez les Beni Mguild, notamment dans la coupure de l'oued Tigrigra et de l'oued Amras. Il est essentiellement formé par le Carbonifère et par le Permien vraisemblablement surmonté par le Trias.

Le Carbonifère montre, de la base au sommet :

a. Calcaires blancs à Entroques, en bancs alternant avec des lits schisteux, sur une épaisseur de plus de 60^m.

b. Schistes argileux, avec bancs de grès à mauvaises empreintes végétales, 150^m.

c. Schistes argileux à nodules siliceux (plus de 150^m) renfermant des tiges d'Encrines, des Bivalves et des Gastéropodes. On trouve également dans ces schistes des Orthocératidés.

d. Une centaine de mètres d'épaisseur de schistes bruns avec lits gréseux.

La puissance totale de ces dépôts dépasse 500^m. Ils rappellent fidèlement, par leur faciès et leurs empreintes fossilifères, la série dinantienne que j'ai décrite dans l'Amalat d'Oudjda, notamment au col de Djerada (1).

Le Permo-trias est constitué par des argiles et des grès rouges, avec traces gypseuses, entremêlés de coulées de laves et de lits de tufs de porphyrites ou de mélaphyres, très altérés, chargés de chlorite, de calcite et traversés par des filonnets de quartz et de calcédoine. Cet ensemble représente le Permo-trias avec le faciès qu'il affecte dans le Haut-Atlas et dans le pays des Chaouïa.

Le Jurassique est formé de bancs de grès siliceux blancs, surmontés de calcaires gris compacts et de dolomies grenues. On trouve çà et là, dans les calcaires, des empreintes de Mollusques bivalves ou gastéropodes avec des Nérinées. Cette série représente la partie la plus élevée du Jurassique du massif du Zerhoun.

La tectonique de ces régions offre un certain intérêt.

Les dépôts dinantiens sont énergiquement plissés. Ils forment, entre l'Ari Boudaa et le plateau des Beni Mtir, ainsi qu'à l'ouest de ce dernier, chez les Beni Mguild, une série d'arêtes calcaires ou de collines schisteuses mamelonnées orientées du Nord-Est vers le Sud-Ouest et marquant ainsi la direction de la chaîne hercynienne. Nous retrouvons ici la branche varisque de la chaîne carbonifère que j'ai signalée dans le nord du pays des Chaouïa. Par contre, les couches rouges permo-triasiques sont peu dérangées et reposent en discordance angulaire sur le Dinantien; elles montrent ainsi qu'elles se sont déposées sur les vestiges de la chaîne hercynienne, arasée et transformée en pénéplaine.

Il est important de faire remarquer que les faits tectoniques ci-dessus sont identiques à ceux que j'ai signalés en Chaouïa. Le Jurassique est transgressif sur son soubassement paléozoïque et, malgré l'allure peu mouvementée du Permo-trias, on peut constater la discordance angulaire qui sépare les couches rouges des terrains secondaires superposés.

Ainsi que je l'avais pressenti en 1911 (2) en touchant à Kasba el Hajeb, le plateau des Beni Mtir a une architecture tabulaire; il montre seulement de faibles ondulations de ses couches, comme aux environs d'Ifrane, avec les fréquentes fractures habituelles aux pays tranquilles.

---

(1) *Nouv. Arch. Miss. scientif.*, t. XVI, p. 202-203, Paris, Imp. nat., 1908.

(2) *Comptes rendus*, t. 154, 8 janvier 1912, p. 91.

L'une d'elles, que j'avais envisagée hypothétiquement d'après un itinéraire de M. de Segonzac [1], se montre effectivement, séparant l'Ari Boudaa du plateau des Beni Mtir par une dénivellation de 400^{m} à 500^{m}; de sorte qu'il faut considérer ce dernier comme *affaissé* par rapport au plateau qui s'étend au Sud. Mais, contrairement à ce qu'on pouvait penser, la chaîne plissée ne commence pas encore à l'Ari Boudaa.

On se rend compte, à Azerou, que le régime tabulaire se poursuit encore plus au Sud, et il est probable que les premières grandes rides du Moyen-Atlas ne commencent pas avant le djebel Fezzaz. On peut voir, du sommet élevé d'El Koudiat (1772^{m}), que cette montagne se continue par une suite de crêtes proéminentes jusqu'au djebel Bou Iblal chez les Beni Ouaraïn.

Ainsi le Moyen-Atlas serait moins étalé que je ne l'avais pensé, compris entre le djebel Fezzaz et la haute vallée de la Mlouya. Par contre, les plateaux de l'Ari Boudaa et celui des Beni Mtir font encore partie de la Meseta marocaine, les faibles ondulations qu'on y rencontre, marquant dans le régime tabulaire, la répercussion très atténuée des efforts orogéniques qui ont plissé la grande chaîne.

Nous voyons ainsi se préciser la conception que je m'étais faite d'un Moyen-Atlas comprimé entre deux régions tabulaires : celle de la Meseta marocaine à l'Ouest et au Nord-Ouest et le plateau du Rekkam, de Debdou et des Beni Bou Zeggou au Sud-Est et à l'Est.

L'affaissement du plateau des Beni Mtir a provoqué l'épanchement de laves basaltiques. Les pitons de Bezoult er Rbatia, d'El Koudiat et de l'Outiqui, représentent d'anciens cônes de débris essentiellement formés de scories. Des coulées s'en échappent qui ont recouvert le plateau et suivi le fond des vallées préexistantes actuellement rajeunies (vallées de l'oued Tigrigra, de l'oued Amras, etc.).

Ainsi se trouvent superposées deux séries d'épanchements volcaniques, séparées par une très longue période des temps géologiques. La première, dont j'avais prévu l'existence, est permo-triasique, la seconde est néogène.

On pourrait croire, au premier abord, que les volcans basaltiques des Beni Mtir sont quaternaires; mais leur âge est certainement plus ancien, il remonte au moins au Pliocène. On peut constater, en effet, que les cavités cratériennes ont totalement disparu, ainsi que les parties superficielles scoriacées des coulées; de plus, tout un réseau hydrographique important a été creusé dans les calcaires et les dolomies jurassiques postérieurement à l'épanchement des laves. Le déversement en *cascades basaltiques* des coulées de l'Outiqui dans la plaine des Beni Mtir, semblerait montrer que ces épanchements sont d'âge très récent; mais il ne fait que confirmer, à mon sens,

---

(1) *Le Maroc physique*, Alcan, édit., Paris, 1912, p. 78.

l'idée que j'ai émise plus haut de la mer miocène du détroit Sud-Rifain venant battre en falaise le bord du plateau jurassique des Beni Mtir.

Les volcans basaltiques des Beni Mtir datent des dernières convulsions du Moyen-Atlas, ils sont contemporains des dislocations du plateau tabulaire contre lequel la chaîne est appuyée.

VULCANOLOGIE. — *L'exhalaison du Kilauea en* 1910. Note de M. **Albert Brun**, présentée par M. A. Lacroix.

Une Note de MM. Arthur Day et E.-S. Shepherd, parue dans les *Comptes rendus* du 24 novembre 1913, commente les expériences que j'ai exécutées en 1910 au Kilauea, et donne une explication, inadmissible selon moi, du fait que j'ai observé : que le mélange de l'exhalaison cratérienne avec l'atmosphère contenait moins d'eau que l'atmosphère ambiante et pure.

Ces savants admettent que les actions réunies de la fumée de soufre, du SO^2 et SO^3, suffisent pour expliquer cet abaissement du titre hygrométrique. Mais cette explication, purement chimique, ne répond pas à l'étude que j'ai faite sur le terrain. J'ai constaté que, toutes les fois que de la fumée de soufre était volatilisée avec de l'*acide sulfurique*, ces deux corps étaient toujours accompagnés d'assez d'eau pour saturer l'exhalaison et augmenter le titre aqueux de l'atmosphère [1] qui, elle, n'était pas saturée.

Ceci était vrai, aussi bien pour les fumerolles extérieures que pour celles intérieures du cratère, et était sensible à une grande distance du point d'émergence.

On ne peut pas non plus invoquer une déshydratation par l'acide sulfurique qui tapisse les fentes des roches internes du cratère, parce que, à la température de ces roches, l'acide ne déshydrate pas l'air ambiant.

L'exhalaison du lac de lave devait donc être quasi sèche. Si elle eût été accompagnée, à sa sortie, seulement d'assez de vapeur d'eau pour la saturer elle-même, elle n'eût pas changé le titre hygrométrique atmosphérique, tandis qu'en réalité ce titre était constamment abaissé.

Les gaz recueillis par MM. Day et Shepherd en 1911, non seulement étaient saturés de vapeur d'eau, mais laissaient encore condenser de l'eau liquide. Si pareille exhalaison eût existé en 1910, au lac de lave, l'hygro-

(1) *Recherches sur l'exhalaison volcanique*, p. 169 et 250.

mètre, dont on connaît la sensibilité, l'eût accusée avec certitude. Quoique d'apparence contradictoire, ces deux résultats ne peuvent, en aucune façon, s'infirmer l'un l'autre.

Pour ce qui concerne le chlore ([1]), mes chiffres établissaient déjà la grande pauvreté des laves du Kilauea en cet élément. Malgré la présence du soufre, le chlore se constate sans amphibologie.

A 16 heures et demie, l'Académie se forme en Comité secret.

COMITÉ SECRET.

La Section de Chimie, par l'organe de son Doyen, présente la liste suivante de candidats à la Chaire de Chimie appliquée aux Industries des chaux et ciments, céramique et verrerie, vacante au Conservatoire des Arts et Métiers par suite du décès de M. *Verneuil :*

En première ligne	M. **Boudouard**
En seconde ligne	M. **Granger**

Les titres des candidats sont discutés.

Le vote de l'Académie aura lieu dans la prochaine séance.

La Section de Médecine et Chirurgie, par l'organe de son Doyen, M. Ch. Bouchard, présente la liste suivante de candidats à la place vacante par le décès de M. *Lucas-Championnière :*

En première ligne	M. **Charles Richet**
En seconde ligne, par ordre alphabétique	MM. **Bazy** **Delorme** **Pozzi** **Quénu** **Reclus**

Les titres des candidats sont discutés.

L'élection aura lieu dans la prochaine séance.

La séance est levée à 18 heures et demie.

G. D.

([1]) Arthur Day et E.-S. Shepherd, *Comptes rendus*, t. 157, 1913, p. 1029, note.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus dans la séance du 12 janvier 1914.

Comité international des Poids et Mesures. *Procès-verbaux des séances*; 2e série. Tome VII : *Session de* 1913. Paris, Gauthier-Villars, 1913; 1 vol. in-8°.

Fougères du Congo belge de l'Herbier du Jardin botanique de l'État, à Bruxelles, par le Prince Bonaparte. (Extr. du *Bulletin du Jardin botanique de l'État, à Bruxelles*; t. IV, 1913.) Bruxelles, Goemaere, décembre 1913; 1 fasc. in-8°. (Hommage de l'auteur.)

Cours de Mécanique appliquée aux machines, professé à l'École spéciale du Génie civil de Gand, par J. Boulvin, Correspondant de l'Institut; 3e fascicule (3e édition) : *Théorie des machines thermiques*, avec 218 figures. Paris, L. Geisler, 1913-1914; 1 vol. in-8°. (Hommage de l'auteur.)

Géologie des chaînes jurassiennes et subalpines de la Savoie, par Joseph Révil; t. I et II. Chambéry, Imprimerie générale savoisienne, 1911-1913; 2 vol. in-8°. (Présenté par M. Pierre Termier.)

Quelques expériences sur la croissance des Algues marines à Roscoff; Note préliminaire, par Mme Paul Lemoine. (*Bulletin de l'Institut océanographique*; n° 277, 25 déc. 1913.) Monaco; 1 fasc. in-8°. (Présenté par M. Georges Lemoine.)

Factorisation des grands nombres et application, par A. Gérardin. (Extr. de *Wiskundig Tijdschrift*; 10 janv. 1913.) 1 fasc. in-8°. (Hommage de l'auteur.)

Méthodes permettant de reconnaître si un très grand nombre est premier, par André Girardin. (Extr. des *Comptes rendus du Congrès des Sociétés savantes en* 1912 : *Sciences*.) Paris, Imprimerie nationale, 1913; 1 fasc. in-8°.

Essai sur l'amélioration du régime du fleuve Congo par la régularisation du débit des lacs et anciens lacs congolais, par le capitaine Robert Thys. S. I., publié par la Compagnie du Congo pour le commerce et l'industrie; 1 fasc. in-4°.

L'Euthanasie : Assassinat médical ou suprême charité? par Jules Regnault. (*Æsculape*; septembre 1913.) Paris, A. Rouzaud; 1 fasc. in-4°.

Annales du Musée colonial de Marseille; 28e année, 3e série, 1er vol., 1913. Marseille; 1 vol. in-8°.

ERRATA.

—

(Séance du 5 janvier 1914.)

Note de M. *Lecornu*, Sur un projet de « Monument de l'heure » :

Page 19, ligne 6, *au lieu de* la concordance journalière des observatoires astronomiques faites en France et à l'étranger, *lire* la concordance journalière des observations astronomiques faites en France et à l'étranger.

Note de M. *Ch. Dhéré*, Détermination photographique des spectres de fluorescence, etc. :

Page 66, ligne 2, *au lieu de* $\lambda 648^{\mu\mu},0$, *lire* $\lambda 647^{\mu\mu},0$.